

Contrôle continu - 45min

NOM :	PRENOM :	GROUPE :
-------	----------	----------

Les résultats seront donnés avec 3 chiffres derrière la virgule

Exercice 1 :

1. **1pt** X étant une variable aléatoire de loi binomiale $\mathcal{B}(5, 0.4)$, calculer $\mathbb{P}(X \geq 4)$.

Réponse : 0.087

2. **1pt** X étant une variable aléatoire de loi de Poisson $\mathcal{P}(4)$, calculer $\mathbb{P}(X \leq 2)$.

Réponse : $e^{-4}(1 + 4 + 8) = 0.238$

Exercice 2 : Soit T donnant la durée de vie (en jours) d'un certain type de composant électronique. Supposons que T suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.0004$.

1. **1pt** Donner la durée de vie moyenne de ces composants.

Réponse : 2500 jours

2. **1pt** Déterminer la probabilité qu'un composant pris au hasard ait une durée de vie inférieure à 2 000 jours.

Réponse : $1 - e^{-0.0004 \times 2000} = 0.551$

Exercice 3 : Un type de pièce de monnaie a un poids distribué suivant une loi normale d'espérance 10 g et de variance 0.15^2 g.

1. **1pt** Notons X la variable aléatoire donnant le poids de $n = 100$ pièces de ce type. Enoncer le résultat vu en cours qui permet de dire que X suit une loi normale d'espérance 1000 et de variance 1.5^2 .

Réponse : Si $X_1, \dots, X_n$ sont des v.a. indépendantes de loi $\mathcal{N}(m; \sigma^2)$ alors :

$$X_1 + \dots + X_n \sim \mathcal{N}(nm; n\sigma^2).$$

2. **1pt** Calculer la probabilité que le poids de n pièces dépasse 1002 g.

Réponse : 0.092

3. **2pt** Calculer le nombre x tel que la probabilité que le poids de n pièces dépasse x soit de 5%.

Réponse : $x=1002.467$

Exercice 4 : On s'intéresse à l'estimation de la proportion p d'individus touchés par une maladie professionnelle dans une certaine population. On sélectionne un échantillon de $n = 100$ personnes et on trouve 6 personnes atteintes de cette maladie.

1. **2pt** Donner un intervalle de confiance 0.95 pour p .

Réponse : $I_{0.95}(p) = [1.34\%, 10.65\%]$

2. **3pt** Donner la taille minimale de l'échantillon qui permettrait d'avoir un intervalle de confiance 0.95 pour p avec une précision de 0.02 (on utilisera la proportion de malades de l'échantillon précédent).

Réponse : 541