

Fiche de travaux dirigés - L2 - TD5

D. Legros

2024-2025

Exercice 1 Soit X une variable aléatoire continue de densité :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Donner la représentation graphique de f .
2. Calculer l'espérance mathématique de X .
3. Calculer la variance de X .
4. Calculer la probabilité que X soit comprise entre 1 et 1.5.

Exercice 2 Soit une variable aléatoire X continue dont la densité est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

λ étant un paramètre positif ou nul.

1. Montrer que f définit une loi de probabilité.
2. Déterminer la fonction de répartition de X .
3. Calculer l'espérance mathématique de X et sa variance $V(X)$

Exercice 3 Soit la fonction f suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 && \text{si } x < -1 \quad \text{ou si } x > 1 \\ f(x) &= x + 1 && \text{si } x \in [-1, 0] \\ f(x) &= -x + 1 && \text{si } x \in [0, 1] \end{aligned}$$

1. Montrer que f est une fonction de probabilité.

Soit X une variable aléatoire de densité f .

2. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X .
3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
4. Déterminer $P(|X| > a)$.
5. Déterminer les valeurs de a pour lesquelles $P(|X| > a) < \frac{1}{6a^2}$.
6. Pouvait-on prévoir $E(X) = 0$?