# CONTROLE CONTINU - RATTRAPAGE - CORRECTION

## Exercice 1

Notons X les ventes de paires de chaussures de l'entreprise MachinTruc.

1.1. Déterminez le coefficient multiplicateur et le taux de croissance entre 2009 et 2010 si $X_{2010} = 1{,}050 \times X_{2009}$

**Coefficient multiplicateur**

$X_{2010} = 1{,}050 * X_{2009}$

$1{,}050 = \frac{X_{2010}}{X_{2009}}$

Donc CM = 1,050 car CM $= \frac{X_{t+1}}{X_t}$

**Taux de croissance**

CM = TC + 1

Donc TC = CM − 1 = 1,050 − 1 = 0,050

Donc TC = 0,050 = 5 %

**Interprétations :** Entre 2009 et 2010, l'entreprise MachinTruc a multiplié ses ventes de paires de chaussures par 1,050, ce qui correspond à une augmentation de 5%.

## Exercice 2

Chez le fabriquant TrucBidule de tubes en plastique, on a prélevé un échantillon de 100 tubes dont on a mesuré le diamètre en centimètre :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19,4 | 22,0 | 23,3 | 23,9 | 24,5 | 25,0 | 25,4 | 26,1 | 26,6 | 28,5 |
| 19,6 | 22,1 | 23,3 | 24,0 | 24,6 | 25,1 | 25,4 | 26,2 | 26,8 | 28,7 |
| 20,7 | 22,6 | 23,4 | 24,0 | 24,7 | 25,2 | 25,5 | 26,2 | 26,8 | 29,0 |
| 20,9 | 22,6 | 23,4 | 24,0 | 24,7 | 25,2 | 25,5 | 26,2 | 26,8 | 29,1 |
| 20,9 | 22,8 | 23,5 | 24,0 | 24,8 | 25,2 | 25,6 | 26,2 | 27,1 | 29,4 |
| 21,2 | 22,9 | 23,6 | 24,1 | 24,9 | 25,2 | 25,6 | 26,3 | 27,3 | 29,5 |
| 21,3 | 23,0 | 23,7 | 24,2 | 24,9 | 25,3 | 25,7 | 26,3 | 27,5 | 29,9 |
| 21,4 | 23,1 | 23,8 | 24,2 | 24,9 | 25,3 | 25,7 | 26,5 | 27,6 | 29,9 |
| 21,9 | 23,1 | 23,8 | 24,2 | 24,9 | 25,3 | 25,9 | 26,6 | 27,7 | 30,9 |
| 21,9 | 23,1 | 23,8 | 24,2 | 25,0 | 25,4 | 25,9 | 26,6 | 27,8 | 31,2 |

2.1. Indiquer la population, l'échantillon, l'unité statistique, la variable étudiée et son type.

| | Définition | Réponse |
|---|---|---|
| **Population (statistique)** | Ensemble d'unités statistiques sur lesquels une étude se porte et partageant une ou des caractéristiques communes | Les tubes en plastique de l'entreprise TrucBidule |
| **Echantillon (statistique)** | Ensemble d'unités statistiques extraites d'une population | 100 tubes en plastique de l'entreprise TrucBidule |
| **Unité statistique** | Unités d'observation ou de mesure pour laquelle des données sont recueillies | 1 tube en plastique de l'entreprise TrucBidule |
| **Variable (statistique)** | Elément caractéristique des unités statistiques | Le diamètre en centimètre |
| **Type de variable** | Variable mesurant des « quantités », dont les modalités sont mesurables<br>+ Variable pouvant prendre, en théorie, une infinité de valeurs | Variable quantitative et continue |

Université de Bourgogne
Licences d'Economie & de Gestion - 1ère année
Statistique Descriptive

2.2. A l'aide des données individuelles présentées dans l'énoncé, remplissez le tableau suivant

| Modalités en classes | Effectifs | Fréquences relatives | Fréquences relatives en % | Fréquences cumulées | Fréquences cumulées en % | Centre de classe |
|---|---|---|---|---|---|---|
| [18 ; 23[ | 16 | 0,160 | 16,0% | 0,160 | 16,0% | 20,500 |
| [23 ; 25[ | 33 | 0,330 | 33,0% | 0,490 | 49,0% | 24,000 |
| [25 ; 27[ | 35 | 0,350 | 35,0% | 0,840 | 84,0% | 26,000 |
| [27 ; 32[ | 16 | 0,160 | 16,0% | 1,000 | 100,0% | 29,500 |
| **TOTAL** | 100 | 1,000 | 100,0% | | | |

2.3. Détaillez les calculs pour i=2

i = 2 correspond à la deuxième ligne du tableau soit la classe [23 ; 25[

$$n_2 = 33$$

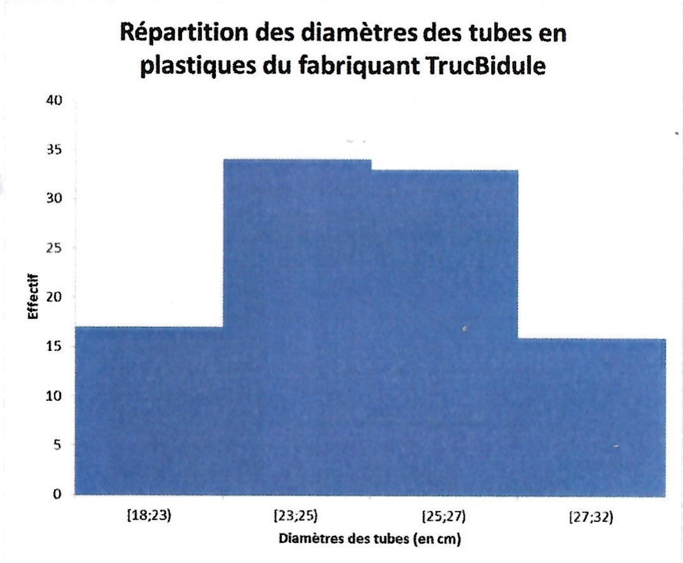
$$f_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{33}{100} = 33\%$$

Sur les 100 tubes en plastique prélevés chez TrucBidule, 33 ont un diamètre compris entre 23 et 25 cm, ce qui représente 33% de l'échantillon.

$$F_2 = \sum_{i=1}^{2} f_i = f_1 + f_2 = 16 + 33 = 49\%$$

Sur les 100 tubes en plastique prélevés chez TrucBidule, 49% ont un diamètre strictement inférieur à 25 cm.

2.4. Représentez graphiquement cette distribution.



2.5. Calculer la moyenne, la variance, l'écart-type, le mode, la médiane, les quartiles et l'écart interquartile de cette distribution à partir des données complètes du tableau de l'énoncé

Notons y la variable.

Il y a plusieurs modes (modalité de variable la plus fréquente) : 24.0 ; 24.2 ; 24.9 ; 25.2 et 26.2. Chacune de ces modalités est présente 4 fois.

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i = \frac{19.4 + 19.6 + 20.7 + \cdots + 29.9 + 30.9 + 31.2}{100} = 25.005$$

$$s_y^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{N-1}\left(\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - N\bar{y}^2\right) = \frac{(9.4^2 + 19.6^2 + 20.7^2 + \cdots + 29.9^2 + 30.9^2 + 31.2^2) - 100 \times 25.005^2}{99} = 5.54$$

$$s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{5.54} = 2.35$$

Les données sont déjà organisées dans l'ordre croissant.

$$m_y = Q_2 = y_{1+(N-1)0,5} = y_{1+\frac{(N-1)}{2}} = y_{1+\frac{99}{2}} = y_{(50.5)} = y_{(50)} + 0.5 \times (y_{(51)} - y_{(50)}) = 25.0 + 0.5 \times (25.0 - 25.0) = 25.0$$

$$Q_1(y) = y_{1+\frac{N-1}{4}} = y_{1+\frac{99}{4}} = y_{(25.75)} = 23.575$$

$$Q_3(y) = y_{1+\frac{3(N-1)}{4}} = y_{(75.25)} = 26.225$$

$$ETE(y) = Max(y) - Min(y) = 31.2 - 19.4 = 11.8$$

$$EIQ(y) = Q_3(y) - Q_1(y) = 26.225 - 23.575 = 2.65$$

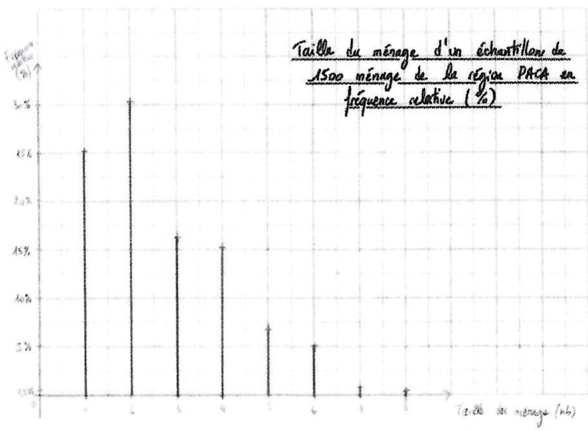
$$CV(y) = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{2.35}{25.005} = 0.094 = 9.4\%$$

Les 100 tubes en plastique prélevés chez TrucBidule font en moyenne 25.005 ± 2.35 cm de diamètre, ce qui correspond à un coefficient de variation de 9.4%. La dispersion autour de la moyenne est donc assez faible. La différence entre les valeurs extrêmes est de 11.8 cm. 25% des tubes ont un diamètre strictement inférieur à 23.575 cm, 50% inférieur à 25.0 cm et 25% plus de 26.225 cm. Les 50% médian se situe dans une tranche de 2.65 cm.

## Exercice 3

Une enquête menée auprès de 1500 ménages de la région PACA s'est intéressée à la variable X correspondant à la taille du ménage, c'est-à-dire au nombre de personnes constituant le ménage. Les données recueillies peuvent être présentées sous la forme du tableau suivant :

| Modalités | Effectifs | Fréquences relatives | Fréquences cumulées |
|---|---|---|---|
| 1 | 380 | 0,253 | 0,253 |
| 2 | 455 | 0,303 | 0,557 |
| 3 | 245 | 0,163 | 0,720 |
| 4 | 230 | 0,153 | 0,873 |
| 5 | 100 | 0,067 | 0,940 |
| 6 | 75 | 0,050 | 0,990 |
| 7 | 10 | 0,007 | 0,997 |
| 8 | 5 | 0,003 | 1,000 |
| TOTAL | 1500,000 | 1,000 | |






3.1. Calculez le coefficient de variation. Le coefficient de variation d'un échantillon de ménages issu de la région Bourgogne-Franche Comté est de 1,156 et sa moyenne est de 2,753. Comparez ces deux régions.

La moyenne arithmétique est : $\bar{x} = \sum_i f_i x_i = 2{,}670$ Les ménages de notre échantillon sont constitués en moyenne de 2,670 personnes

La formule développée de la variance est $Var(x) = \sum_i f_i x_i^2 - \bar{x}^2 = 9.397 - 2{,}670^2 = 9{,}397 - 7{,}129 = 2{,}268$

Celle de l'écart-type $\sigma = \sqrt{Var(x)} = \sqrt{2.268} = 1.506$

Donc le coefficient de variation est $C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.506}{2.670} = 0{,}564$

Il est difficile d'interpréter un coefficient de variation de façon absolu, nous utilisons donc des comparaisons. Notre coefficient de variation est assez faible par rapport à celui de l'échantillon de la région BFC alors que les moyennes sont quasiment similaires. Cela représente la faible dispersion des valeurs de notre échantillon autour de la moyenne contrairement à l'échantillon de la région BFC. Autrement dit, les ménages de notre échantillon en PACA sont globalement plus proches de 2,670 personnes que ne le sont les ménages de l'échantillon en BFC de 2,753 personnes.

## Exercice 4

**Nous cherchons à savoir s'il existe un lien entre le groupe sanguin d'un individu (X) et la personnalité de cet individu (Y). Pour cela, nous étudions les données issues d'un groupe de 47 étudiants de licence réparties de la façon suivante :**

| X/Y | Introverti | Extraverti | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Groupe A | 6 | 6 | 12 |
| Groupe B | 7 | 2 | 9 |
| Groupe AB | 6 | 6 | 12 |
| Groupe O | 6 | 8 | 14 |
| TOTAL | 25 | 22 | 47 |

4.1. Calculez et interprétez $f2.$

$$f2. = \frac{n2.}{n..} = \frac{9}{47} = 19{,}15\%$$

$f2.$ correspond à la fréquence marginale pour $i = 2$ soit la 2e modalité de la variable X et donc l'ensemble des personnes du groupe B

Dans notre échantillon de 47 étudiants, 19.15% sont du groupe sanguin B.

4.2. Remplissez le tableau ci-dessous avec les fréquences relatives conditionnelles de x.

| X/Y | Introverti | Extraverti |
|---|---|---|
| Groupe A | 24.0% | 27.3% |
| Groupe B | 28.0% | 9.1% |
| Groupe AB | 24.0% | 27.3% |
| Groupe O | 24.0% | 36.4% |
| TOTAL | 100.0% | 100.0% |

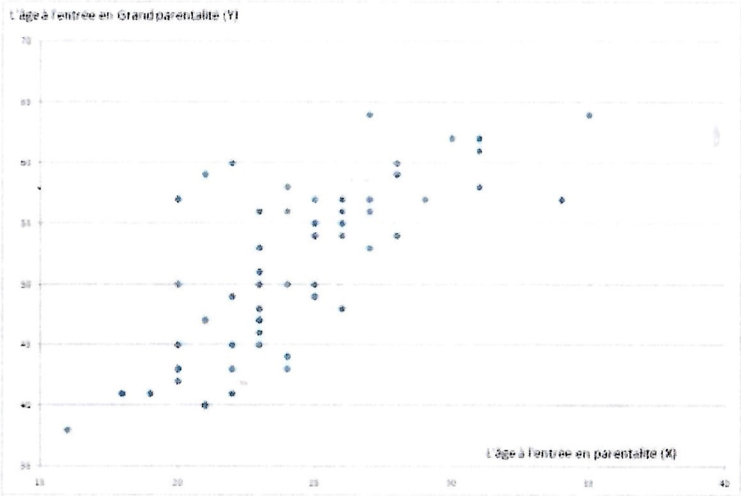
$$f_{21(x|y)} = \frac{n_{21}}{n_{.1}} = \frac{7}{25} = 0.28 = 28.0\%$$

Dans notre échantillon de 47 étudiants introvertis de licence, 28% sont de groupe B

## Exercice 5

**Nous disposons d'un échantillon de 61 femmes ayant un au moins un petit-enfant. Nous souhaitons étudier s'il existe une relation significative entre l'âge de la personne quand elle devenue mère (variable X) et l'âge de la personne quand elle est devenue grand-mère (variable Y).**

5.1. Commentez le nuage de points ci-dessous




*Relation entre l'âge à l'entrée en parentalité (X) et l'âge à l'entrée en grand-parentalité (Y) des femmes de notre échantillon (N 61)*

Il semble y avoir une relation entre nos variables. Cette relation semble positive et pourrait être approchée par une droite d'équation Y = aX+b avec a positif. Autrement dit, plus l'âge des mères à la naissance du 1er enfant est élevé, plus l'âge à la grand-parentalité semble proportionnellement élevé