

TD n°1 – Rappels de manipulations algébriques

math

Le but de cette feuille est de vous faire reprendre familiarité avec la manipulation d'expressions algébriques. Si vous vous réputez suffisamment compétents, quelques exercices suffisent (éventuellement les plus compliqués). En revanche, si vous avez des difficultés avec cette feuille, on vous invite à en faire davantage en consultant d'autres textes ou références en ligne.

Exercice 1.1 (multiplication de polynômes)

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| (i) $(x^3)^5$; | (vii) $(6 + x^2)^2$; |
| (ii) $(x + y)(3x^2 - xy + 4)$; | (viii) $(4x + y)^2$; |
| (iii) $(x^2 - 2x + y)(x + 4y)$; | (ix) $(2 + x)(3 + y)(x - y)$; |
| (iv) $(-xy + 3)(x + 2)$; | (x) $(x - 2)(y + x^2)(1 + xy)$; |
| (v) $(x^2 + 4xy - y)(x - y)$; | (xi) $(x - 1)(1 + x + x^2 + x^3)$. |
| (vi) $(x - 3y + 5)(3x + 9y - 2)$; | |

Exercice 1.2 (factorisation et racines)

Déterminer les racines réelles (éventuellement en fonction de la variable y) des polynômes suivants et les factoriser.

- | | |
|---------------------------|--|
| (i) $4x^2 + 4x + 1$; | (vi) $x^3 - 1$; |
| (ii) $x^2 - 5x + 6$; | (vii) $x^3 + y^3$; |
| (iii) $2x^2 - 3x - 8$; | (viii) $x^3 - 2x^2 + 4x - 3$; |
| (iv) $x^2 + 4xy + 4y^2$; | (ix) $4x^3 + 7x^2 - 2x - 5$; |
| (v) $x^2 - 3xy + 2y^2$; | (x) $2x^2y - 2xy^2 + x^2 - xy + 3x - 3y$. |

Exercice 1.3 (somme de fractions rationnelles)

- | | |
|---|--|
| (i) $\frac{x}{x-1} + \frac{4}{x+1}$; | (iv) $\frac{1-y^2}{xy} - \frac{x-y^2}{x^2y}$; |
| (ii) $\frac{x+2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$; | (v) $\frac{3y}{1+x} - \frac{3xy+2}{(1+x)^2}$. |
| (iii) $\frac{2x+4}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x+1}$; | |

Exercice 1.4 (inégalités)

Décrire l'ensemble des solutions des inégalités suivantes.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (i) $4x + 3 > \sqrt{2}$; | (iv) $\frac{x-3}{x+4} \geq 0$; |
| (ii) $x^2 - 4x + 4 > 0$; | (v) $x^2 - x \geq 1$; |
| (iii) $-3x^2 + 2x + 1 \leq 0$; | (vi) $3x^2 \leq 7$. |