Partiels 2021

Exercice 1

$$U(x,y) = xy$$

1. La courbe d'indifférence représente l'ensemble des paniers de biens qui vont donner un même niveau de consommation aux consommateurs.

$\bar{U} = xy$

$xy = \bar{U}$

$\boxed{y = \frac{\bar{U}}{x}}$

→ Pour étudier la décroissance et la convexité, il faut étudier le signe :
- de la dérivée première
- de la dérivée seconde

Décroissance

$y = \frac{\bar{U}}{x}$ $\quad y' = \frac{u}{v}$ avec $u = \bar{U}$, $u' = 0$, $v = x$, $v' = 1$

$\boxed{y' = \frac{-\bar{U}}{x^2}}$ < 0 alors CI décroissante

Convexité

$y' = \frac{-\bar{U}}{x^2}$ $\quad y'' = \frac{u}{v}$ avec $u = -\bar{U}$, $u' = 0$, $v = x^2$, $v' = 2x$

$y'' = \frac{2x\bar{U}}{x^4}$ $\quad \boxed{y'' = \frac{2\bar{U}}{x^3}}$ > 0 alors CI convexe

2. Pour $\boxed{\bar{U} = 8}$

→ Remplacer 8 dans la fct :

$\bar{U} = 8 = xy$

$8 = xy$

$xy = 8$

$\boxed{y = \frac{8}{x}}$

puis trouver des valeurs :

En, $x = 1$, $y = 8$

$x = 2$, $y = 4$

$x = 3$, $y = 2,66$

$x = 4$, $y = 2$

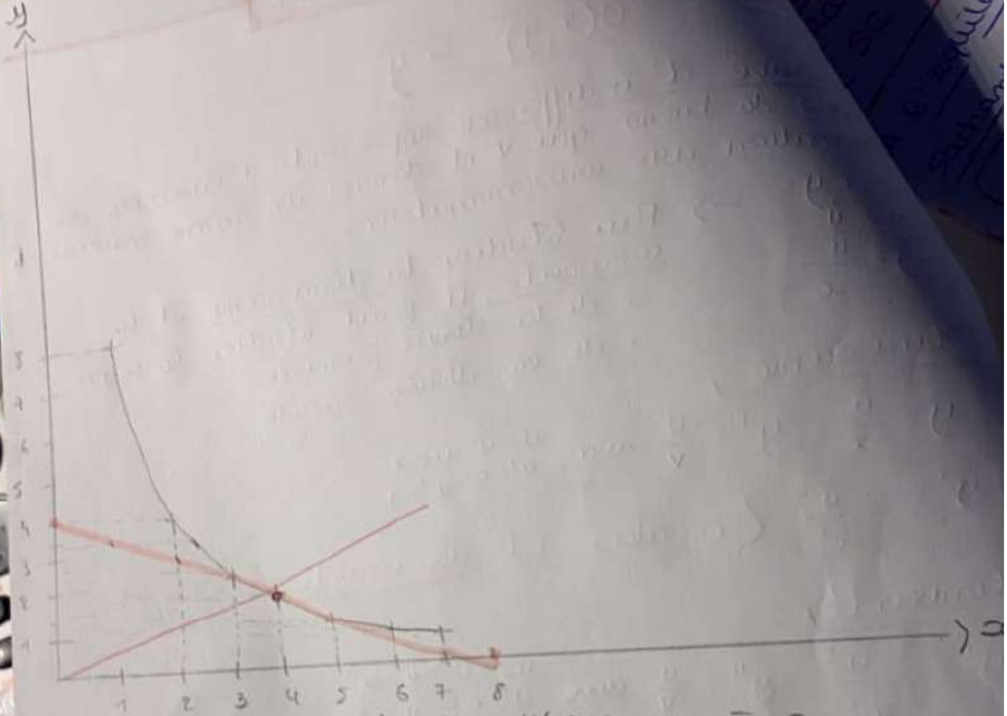
$x = 5$, $y = 1,6$

$x = 6$, $y = 1,33$

$x = 7$, $y = 1,14$

1

• = Equili



courbe d'indifférence pour $\bar{U} = 8$

3. $\boxed{THS_{y|x} = \frac{Um(x)}{Um(y)} = \frac{y}{x}}$ $\boxed{THS_{y|x} = \frac{y}{x}}$

Si $(x, y) \Leftrightarrow (8 ; 1)$ alors

$\boxed{THS_{y \to x} = \frac{1}{8}}$

Interprétation :

- Le consommateur est prêt à renoncer à $\frac{1}{8}$ de bien y pour 1 unité de bien x.

Programme du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max} & U(x,y) = xy \\ \text{SC} & R = p_x x + p_y y \end{cases}$$

Méthode Substitution

A l'équilibre, on a $TMS_{y|x} = \frac{P_x}{P_y}$

Sachant le $TMS_{y|x}$ de $U(x,y)$ $\quad TMS_{y|x} = \frac{y}{x}$

$\boxed{\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}}$ pt d'équilibre $\boxed{y = \frac{P_x x}{P_y}}$

$R = P_x x + P_y \left(\frac{P_x x}{P_y}\right)$

$R = P_x x + P_x x$

$R = 2 P_x x$

$2 P_x x = R$

$\boxed{x^* = \frac{R}{2 P_x}}$

$y = \frac{P_x x}{P_y}$

$y = \frac{P_x \left(\frac{R}{2 P_x}\right)}{P_y}$

$y = \frac{\frac{R}{2}}{P_y}$ $\quad \boxed{y^* = \frac{R}{2 P_y}}$

$\boxed{P_x = 5}$ $\boxed{P_y = 10}$ $\boxed{R = 40}$

$x^* = \frac{R}{2 P_x} = \frac{40}{2(5)} = 4$ $\quad y^* = \frac{R}{2 P_y} = \frac{40}{2(10)} = 2$

-> Equilibre $(4 ; 2)$

$\frac{R}{P_1} = \frac{40}{5} = 8$ et $\frac{R}{P_2} = \frac{40}{10} = 4$

$5x + 10y = 40$

$10y = 40 - 5x$

[...]ngente $\boxed{y = 4 - \frac{1}{2} x}$

$x = 1 \quad , \quad y = 3{,}5$

$x = 2 \quad , \quad y = 3$

$x = 3 \quad , \quad y = 2{,}5$

$x = 4 \quad , \quad y = \ldots$

$\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}$

$y = \frac{P_x}{P_y} x$

$y = \frac{5}{10} x = \frac{1}{2} x$

[illegible] 2

$$\boxed{U(x,y) = x^{1/2}(y-2)^{1/2}}$$

1. Programme du consommateur : <u>Méthode Lagrangien</u>

$$\boxed{\begin{cases} \text{Max } U(x,y) = x^{1/2}(y-2)^{1/2} \\ \text{SC } \quad P_x x + P_y y = R \end{cases}}$$

$$\boxed{\mathcal{L} = x^{1/2}(y-2)^{1/2} + \lambda(R - P_x x - P_y y)}$$

<u>CPO</u> :
$$\begin{cases} \cdot \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \dfrac{1}{2}x^{-1/2}(y-2)^{1/2} - \lambda p_x = 0 \quad ① \\ \cdot \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \dfrac{1}{2}(y-2)^{-1/2}x^{1/2} - \lambda p_y = 0 \quad ② \\ \cdot \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = R - p_x x - p_y y = 0 \quad ③ \end{cases}$$

<u>On isole λ</u> :
$$\cdot \frac{1}{2}x^{-1/2}(y-2)^{1/2} = \lambda p_x$$
$$\cdot \frac{1}{2}(y-2)^{-1/2}x^{1/2} = \lambda p_y \quad ① / ②$$

$$\hookrightarrow \frac{\cancel{\frac{1}{2}}x^{-1/2}(y-2)^{1/2}}{\cancel{\frac{1}{2}}(y-2)^{-1/2}x^{1/2}} = \frac{\cancel{\lambda} p_x}{\cancel{\lambda} p_y}$$

$$\rightarrow \frac{(y-2)^{1/2}(y-2)^{1/2}}{x^{1/2}\,x^{1/2}} = \frac{p_x}{p_y}$$

$$\hookrightarrow \frac{(y-2)}{x} = \frac{p_x}{p_y} \quad \boxed{\frac{P_1}{P_2} \text{ Équilibre}}$$

<u>On cherche</u> y : $\boxed{(y-2)p_y = x\,p_x}$

$\Rightarrow$

Si $(y-2)\,p_y = p_x x$

Alors, on remplace $p_x x$ dans (3) :

$R - p_x x - p_y y = 0$

$-p_x x - p_y y = -R$

$-(y-2)p_y - p_y y = -R$

$-p_y y + 2p_y - p_y y = -R$

$-2p_y y + 2p_y = -R$

$-2p_y y = -R - 2p_y$

$y = \frac{-R}{-2p_y} - \frac{2p_y}{-2p_y}$

$$\boxed{y^* = \frac{R + 2p_y}{2p_y}}$$

De plus, $(y-2)\,p_y = p_x x$

$y - 2 = \frac{p_x x}{p_y}$

$y = \frac{p_x x}{p_y} + 2$

$$\boxed{y = \frac{p_x x + 2p_y}{p_y}}$$

Alors, on remplace y dans (3) :

$R = p_x x + p_y y$

$R = p_x x + p_y \left(\frac{p_x x + 2p_y}{p_y} \right)$

$R = p_x x + p_x x + 2p_y$

$R = 2p_x x + 2p_y$

$2p_x x + 2p_y = R$

$2p_x x = R - 2p_y$

$$\boxed{x^* = \frac{R - 2p_y}{2p_x}}$$

[illegible]ticité prix du Revenu

$$\boxed{x^* = \frac{R - 2py}{2px}}$$

$$[illegible]_R = \frac{\partial x}{\partial R} \times \frac{R}{x}$$

$$\varepsilon_{x|R} = \frac{1}{2px} \times \frac{R}{\frac{R-2py}{2px}}$$

$$\varepsilon_{x|R} = \frac{1}{2px} \times \frac{R \times 2px}{R - 2py}$$

$$\boxed{\varepsilon_{x|R} = \frac{R}{R-2py}}$$ > 1 donc Bien supérieur

Elasticité prix croisée

$$\varepsilon_{x|py} = \frac{\partial x}{\partial py} \times \frac{py}{x}$$

$$\varepsilon_{x|py} = \frac{-2}{2px} = \frac{-1}{px} \times \frac{py}{\frac{R-2py}{2px}}$$

$$\varepsilon_{x|py} = \frac{-1}{px} \times \frac{py\,(2px)}{R - 2py}$$

$$\boxed{\varepsilon_{x|py} = \frac{-2py}{R-2py}}$$ < 0 donc complémentaire

Elasticité prix

$$\varepsilon_{x|px} = \frac{\partial x}{\partial px} \times \frac{px}{x}$$

$$\varepsilon_{x|px} = \frac{-R + 2py}{2px^2} \times \frac{px}{\frac{R-2py}{2px}}$$

$$\varepsilon_{x|p_x} = -\frac{px}{px}$$

$$\boxed{\varepsilon_{x|p_x} = -1}$$ < 0 donc Bien inférieur