MICROÉCONOMIE
SUJET 1

Exercice 1

Facteurs z_1 avec Π_1, prix du facteur z_1
z_2 avec Π_2, prix du facteur z_2

Fonction de Production

$$\boxed{y(z_1, z_2) = \left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)^2}$$

1/ Déterminer Taux Marginal Substitution Technique

$$\boxed{THST_{2\to1} = \frac{Pm z_1}{Pm z_2}} \qquad \boxed{THST_{2\to1} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5}}$$

$$Pm z_1 = 2\left(0,5\, z_1^{-0,5}\right)\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right) = z_1^{-0,5}\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)$$

$$Pm z_2 = 2\left(0,5\, z_2^{-0,5}\right)\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right) = z_2^{-0,5}\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)$$

On déduit :

$$THST_{2\to1} = \frac{Pm z_1}{Pm z_2} = \frac{z_1^{-0,5}\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)}{z_2^{-0,5}\left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5}$$

Si $z_1 = 1$ et $z_2 = 9$?

$$THST_{2\to1} = \left(\frac{9}{1}\right)^{0,5} = 3$$

↳ Le producteur est prêt à échanger 3 unités de facteur z_2 contre 1 unité de facteur z_1 à production constante.

2/ Calculer Élasticité de Substitution

$$\boxed{\sigma_{2\to1} = \frac{\dfrac{THST_{2\to1}}{z_2/z_1}}{\dfrac{\partial THST_{2\to1}}{\partial\, z_2/z_1}}} \qquad \boxed{\sigma_{2\to1} = 2}$$

$$* \boxed{\frac{THST_{2\to1}}{z_2|z_1}} \iff \frac{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5}}{\frac{z_2}{z_1}} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5} \times \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{-1} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{-0,5}$$

$$* \boxed{\frac{\partial THST_{2\to1}}{\partial z_2|z_1}} \iff 0,5\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{-0,5} = \frac{1}{2}\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{-0,5}$$

$$= \frac{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{-0,5}}{\frac{1}{2}\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{-0,5}} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$$

↳ Cela signifie que si le THST augmente de 1 %, le rapport des facteurs de production $z_2|z_1$ augmente de 2 %. C'est à dire, si z_1 devient 1 % plus chèr relatif à z_2 Alors, l'usage de z_2 relatif à z_2 augmente de 2 %.

↳ Plus l'elasticité de substitution est élevée plus il est facile pour le producteur de substituer les facteurs.

3| Déterminer Demandes Conditionnelles z_1^* et z_2^*

$$\boxed{y(z_1,z_2) = \left(z_1^{0,5} + z_2^{0,5}\right)^2}$$

$$\begin{cases} \text{Min} & D = \pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 \\ \text{SC} & \bar{q} = y(z_1,z_2) \end{cases}$$

A l'optimum,

$$THST_{2\to1} = \frac{Pm_{z_1}}{Pm_{z_2}} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5}$$

Donc, THST égal au rapport des prix

$$\boxed{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{0,5} = \frac{\pi_1}{\pi_2}}$$

Alors, $z_2^{0,5}\pi_2 = z_1^{0,5}\pi_1$

↳ $\boxed{z_2 = \left(\frac{z_1^{0,5}\pi_1}{\pi_2}\right)^2}$

$\bar{q} = \left(\left(\frac{z_2^{0,5}\pi_2}{\pi_1}\right) + z_2^{0,5}\right)^2$

$\bar{q} = \left(\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}\right)z_2^{0,5} + z_2^{0,5}\right)^2$

$\bar{q} = \left(z_2^{0,5}\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}+1\right)\right)^2$

$\bar{q} = z_2\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}+1\right)^2$

$$\boxed{z_2^* = \frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}+1\right)^2}}$$

↳ $\boxed{z_1 = \left(\frac{z_2^{0,5}\pi_2}{\pi_1}\right)^2}$

$\bar{q} = \left(z_1^{0,5} + \left(\frac{z_1^{0,5}\pi_1}{\pi_2}\right)\right)^2$

$\bar{q} = \left(z_1^{0,5} + z_1^{0,5}\left(\frac{\pi_1}{\pi_2}\right)\right)^2$

$\bar{q} = \left(z_1^{0,5}\left(\frac{\pi_1}{\pi_2}+1\right)\right)^2$

$\bar{q} = z_1\left(\frac{\pi_1}{\pi_2}+1\right)^2$

$$\boxed{z_1^* = \frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_1}{\pi_2}+1\right)^2}}$$

La demande conditionnelle par chaque facteur dépend de façon négative de prix du facteur en question.

La demande conditionnelle pour chaque facteur dépend de façon positive du volume de production et du prix de l'autre facteur

4| Établir Fonction Coût Total

On sait que, $\boxed{C(q, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 z_1^* + \pi_2 z_2^*}$

Alors, $q = 1000$ $\quad \pi_1 = 10$ $\quad \pi_2 = 10$

$$C(q, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \left(\frac{\bar{q}}{(\frac{\pi_1}{\pi_2}+1)^2} \right) + \pi_2 \left(\frac{\bar{q}}{(\frac{\pi_2}{\pi_1}+1)^2} \right) = \frac{\pi_1 \pi_2 q}{(\pi_1 + \pi_2}$$

Donc,

$$= \pi_1 \left(\frac{\bar{q}}{(\frac{\pi_1}{\pi_2}+1)^2} \right) + \pi_2 \left(\frac{\bar{q}}{(\frac{\pi_2}{\pi_1}+1)^2} \right)$$

$$= 10 \left(\frac{1000}{(\frac{10}{10}+1)^2} \right) + 10 \left(\frac{1000}{(\frac{10}{10}+1)^2} \right)$$

$$= 2500 + 2500$$

$$= 5000$$

↳ L'entreprise doit disposer d'au moins 5000 € pour produire 1000 unités.

...rcice 2

...arché concurrentiel, 24 entreprises

Fonction Coût Individuelle $\boxed{C(y) = 2y^2 + 2y + 8}$

↳ y : volume prod ind

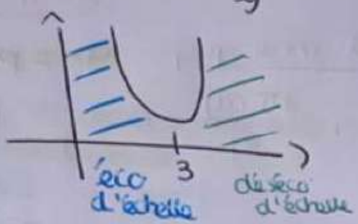
Fonction Demande Globale $\boxed{Q_D(p) = 36 - 2p}$

↳ p : prix unitaire

1/ Déterminer Coût Moyen, Evolution, Economies ?

$\boxed{CM(y) = \frac{C(y)}{y}}$ $CM(y) = \frac{2y^2 + 2y + 8}{y} = 2y + 2 + \frac{8}{y}$

$\boxed{CM(y) = 2y + 2 + \frac{8}{y}}$



Puis, $\boxed{CM'(y) = 2 - \frac{8}{y^2}}$

$CM'(y) = 0 \iff 2 - \frac{8}{y^2} = 0$ $\frac{8}{y^2} = 2$ $y^2 = 4$ $y = 2$

Et,

$\boxed{CM''(y) = \frac{16}{y^3}}$

↳ Le coût moyen est constamment décroissant avec le volume de production.
- * Si quantités faibles → coût fixe élevé
- * Si quantités fortes → coût fixe faible

↳ $CM''(y) > 0$ alors économies d'échelle.

2/ Seuil de Rentabilité

↳ Minimum du $CM(y)$ soit $\boxed{y = 2}$

Alors, $CM(2) = 2(2)^2 + 2(2) + \frac{8}{2} = 10$ $CM(2) = 10$

↳ L'entreprise réalise un profit positif à partir de 10 unités produites.

$y = (K-5)^{1/4} (T)^{1/4}$

$\lambda = \frac{5}{(K-5)^{1/4} \times \frac{1}{4} T^{-3/4}}$

Seuil de Fermeture $\boxed{CVH(y) = 2y + 2}$

↳ Minimum du CVH(y)

Alors, $\frac{\partial CVH(y)}{\partial y} = 2$ → Pas de minimum par $y = 0$

Donc, $CVH(0) = 2(0) + 2 = 2$

↳ 2€ est le prix en dessous duquel l'entreprise cesse de produire.

3| Établir Fonction Offre Individuelle

→ $C(y) = 2y^2 + 2y + 8$

→ $CVH(y) = 2y + 2$

On sait que, $CVH(0) = 2$

Si $p \leq 2$, l'Entreprise ne produit pas, elle max son profit :

$$\boxed{\pi(q) = pq - C(q)}$$

Il est max qd, $Cm = p$ $\quad Cm = 4y + 2 = Cm = 4q + 2$

Soit, $\boxed{\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = 0}$, $4q + 2 = p$ $\quad q = \frac{1}{4}p - \frac{1}{2}$

$4q = p - 2$

$q = \frac{p-2}{4}$ $\quad q = 0{,}25p - 0{,}5$

Donc, $\boxed{q(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p \leq 2 \\ \frac{p-2}{4} \text{ sinon} \end{cases}}$

Établir Fonction Globale

24 (E)

Alors, $24(0{,}25p - 0{,}5) = 6p - 12$

$$\boxed{Q^{o}(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p \leq 2 \\ 6p - 12 \text{ sinon} \end{cases}}$$

quilibre de CT et Profit

uilibre atteint si $\boxed{Q^O(P) = Q^D(P)}$

$\Leftrightarrow$ $6p - 12 = 36 - 2p$

$6p + 2p = 36 + 12$

$8p = 48$

$p = 6$

$p^* = 6$ prix

$q^* = 1$ q équilibre

$Q^* = 24$ q ind

$Q^O(6) = 6(6) - 12 = 24$

$q(6) = 0{,}25(6) - 0{,}5 = 1$

Profit $\boxed{\pi(q^*) = pq - C(y)}$

$\pi(1) = 6(1) - 2y^2 - 2y - 8$

$\pi(1) = 6(1) - 2(1)^2 - 2(1) - 8$

$\pi(1) = -6$

↳ A CT, chaque producteur réalise un profit négatif car le prix est inférieur au seuil de rentabilité.

5/ Ajustements

Minimum de CM(y) ⟶ $q = 2$

S. Rentabilité ⟶ $CM(2) = 10$

$\boxed{Q_D(P) = 36 - 2p}$

$CM = 2$

$Q^*_{LT} = 36 - 2(10) = 16$

$q(2) = \frac{10 - 2}{4} = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$

On veut, $2n = 16$ $n = \frac{16}{2}$ $n = 8$

A long terme, 8 nouvelles entreprises vont entrer sur le marché.

↳ Chaque entreprise réalise un profit économiquement nul de produ... avec le volume

* Si quantités faibles → coût fixe élevé
* Si quantités fortes → coût fixe faible

2| Seuil de Rentabilite

↳ Minimum du $CM(y)$ soit $\boxed{y = 2}$

Alors, $CM(2) = 2(2) + 2 + \frac{8}{2} = 10$ $\quad CM(2) = 10$

↳ L'Entreprise réalise un profit positif à partir de 10 unités produites