

UFR Droit Economie et Science Politiques
Contrôle Terminal Statistique
L2 Economie
Session I

Diego LEGROS

12 Décembre 2022

Exercice 1

Etant donné trois événements A , B et C définis sur une même épreuve, on se donne les quantités suivantes :
 $P(A) = 0.30$, $P(B) = 0.25$, $P(C) = 0.25$, $P(A \cap B) = 0.15$, $P(B \cap C) = 0.15$, $P(A \cap C) = 0.20$, $P(A \cap B \cap C) = 0.08$.

1. (1 point) L'expression mathématique de l'événement " $E = A$ et B se produisent mais l'événement C ne se produit pas" est :
 - (a) $E = \overline{A} \cap \overline{B} \cap C$
 - (b) $E = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
 - ✗ (c) $E = A \cap B \cap \overline{C}$
 - (d) $E = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
2. (1 point) L'expression mathématique de l'événement " $F =$ deux exactement parmi les trois événements se produisent" est :
 - u (a) $F = (A \cup B \cup C) \cap (\overline{A \cup B \cup C})$
 - (b) $F = (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C)$
 - ✗ (c) $F = A \cap (B \cup \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap C)$
 - (d) $F = (A \cup B) \cap (\overline{A \cup B}) \cap (B \cap \overline{C})$
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
3. (1 point) La probabilité de l'événement E est
 - ✗ (a) 0.05
 - (b) 0.07
 - (c) 0.25
 - (d) 0.30
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
4. (1 point) La probabilité de l'événement F est
 - (a) 0.16
 - (b) 0.26

(b)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{2} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(c)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{2} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(d)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{2} + \left(\frac{x-1}{4}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

10. (1 point) L'espérance de la variable aléatoire X est

(a) $E(X) = 1/2$

(b) $E(X) = 1/4$

(c) $E(X) = 1/8$

(d) $E(X) = 2$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

11. (1 point) La variance de la variable aléatoire X est

(a) $V(X) = 1/2$

(b) $V(X) = 1/4$

(c) $V(X) = 5/2$

(d) $V(X) = 7/4$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

12. (1 point) Le moment non centré de la variable aléatoire X est

(a) $E(X^3) = 0$

(b) $E(X^3) = 1$

(c) $E(X^3) = 1/2$

(d) $E(X^3) = 2$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

Exercice

Soit la variable aléatoire X de fonction génératrice des moments :

$$M_X(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - t} \right)$$

avec λ un réel positif non nul

13. (1 point) L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est

(c) 0.36

(d) 0.46

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

5. (1 point) La probabilité $P(A/B)$ est

(a) 0.30

(b) 0.40

★ (c) 0.60

(d) 0.50

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

6. (1 point) La probabilité $P(B/A)$ est

(a) 0.20

(b) 0.30

(c) 0.40

▼ (d) 0.50

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

7. (1 point) La probabilité $P((A \cap B)/C)$ est

(a) 0.22

★ (b) 0.32

(c) 0.42

(d) 0.52

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

Exercice

On considère une variable aléatoire continue X de fonction de densité f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = ce^{\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ f_2(x) = c \left(\frac{x-1}{8}\right) & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ f_3(x) = \frac{c}{2} e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

8. (1 point) Pour que la fonction f soit une densité, la constante c doit avoir pour valeur :

(a) $c = \frac{1}{4}$

(b) $c = \frac{1}{5}$

✓ (c) $c = \frac{1}{2}$

(d) $c = 1$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

9. (1 point) La fonction de répartition de la variable aléatoire X est

(a)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{4} e^{\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{4} + \left(\frac{x-1}{8}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(b)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{2} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(c)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{4} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(d)

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}(x-1)} & \text{si } x < 1 \\ F_2(x) = \frac{1}{2} + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ F_3(x) = 1 - \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}(x-5)} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

10. (1 point) L'espérance de la variable aléatoire X est

(a) $E(X) = 1/2$

(b) $E(X) = 1/4$

(c) $E(X) = 1/8$

(d) $E(X) = 2$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

11. (1 point) La variance de la variable aléatoire X est

(a) $V(X) = 1/2$

(b) $V(X) = 1/4$

(c) $V(X) = 5/2$

(d) $V(X) = 7/4$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

12. (1 point) Le moment non centré de la variable aléatoire X est

(a) $E(X^3) = 0$

(b) $E(X^3) = 1$

(c) $E(X^3) = 1/2$

(d) $E(X^3) = 2$

(e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

Exercice

Soit la variable aléatoire X de fonction génératrice des moments :

$$M_X(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - t} \right) \quad \text{avec } \lambda \text{ un réel positif non nul}$$

13. (1 point) L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est

- * (a) $\frac{1}{\lambda^2}$
- (b) λ
- * (c) $\frac{1}{\lambda}$
- (d) 1
- (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

14. (1 point) Le moment non centré d'ordre 2 de la variable aléatoire X est
- (a) $\frac{1}{\lambda}$
 - (b) $\frac{1}{\lambda^2}$
 - (c) λ
 - (d) 1
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

15. (1 point) La variance de la variable aléatoire X est
- ⊕ (a) $1 - \frac{1}{\lambda^2}$
 - (b) $\frac{1}{\lambda^2}$
 - (c) $\lambda - 1$
 - (d) 0
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

^ Exercice

Solent A, B deux événements d'un ensemble fondamental Ω tels que $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/3$ et $P(A \cap B) = 23/60$.

16. (1 point) La probabilité que $P(A/B)$ est égale à
- (a) 0.10
 - (b) 0.30
 - * (c) 0.60
 - (d) 0.50
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
17. (1 point) La probabilité que $P(\bar{A}/B)$ est égale à
- (a) 0.10
 - (b) 0.20
 - (c) 0.40
 - (d) 0.30
 - ⊕ (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
18. (1 point) La probabilité que $P((A \cap B)/B)$ est égale à
- (a) 0.20
 - (b) 0.40
 - (c) 0.50
 - * (d) 0.60
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

19. (1 point) La probabilité que $P((A \cap \overline{B})/B)$ est égale à
- (a) 0.00
 - (b) 0.20
 - (c) 0.40
 - ☒ (d) 0.50
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
20. (1 point) La probabilité que $P((A \cup B)/(A \cap \overline{B}))$ est égale à
- (a) 1
 - (b) 0.50
 - (c) 0
 - ☒ (d) 0.20
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

Exercice

Un épicier reçoit un lot de pommes dont 25% sont avariées. Il charge un employé de préparer des emballages de 5 pommes chacun. Celui-ci, négligent, ne se donne pas la peine de jeter les fruits avariés. Chaque client qui trouve, dans l'emballage qu'il achète, 2 fruits ou plus avariés, revient au magasin se plaindre. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de pommes avariées dans un emballage.

21. (1 point) La loi de probabilité de la variable aléatoire X est :
- ☒ (a) une loi binomiale de paramètres $n = 5, p = 0.25$
 - ☒ (b) une loi binomiale de paramètres $n = 5, p = 2/5$
 - ☒ (c) une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0.25$
 - ☒ (d) une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
22. (1 point) La probabilité d'avoir une seule pomme avariée est :
- ☒ (a) 0.196
 - ☒ (b) 0.296
 - ☒ (c) 0.396
 - (d) 0.496
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
23. (1 point) La probabilité pour qu'un client se plaigne à l'épicier est
- (a) 0.167
 - (b) 0.367
 - (c) 0.467
 - ☒ (d) 0.267
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
24. (1 point) Si l'épicier reçoit 100 clients qui achètent des pommes, le jour de négligence en question, combien de clients se plaindront en moyenne?
- (a) $\simeq 27$

- (b) ≈ 47
- (c) ≈ 37
- (d) ≈ 17
- (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

Exercice

Dans une carrière de marbre, un contrôle de qualité est effectué sur les dalles destinées à la construction. La surface des dalles est vérifiée pour détecter d'éventuels éclats ou tâches. Il a été constaté qu'en moyenne il y a 1,2 défauts par dalle et que le nombre de défaut suit une loi de Poisson.

25. (1 point) Le paramètre de cette loi est

- ✗ (a) $\lambda = 1,2$
- (b) $\lambda = 3$
- (c) $\lambda = 2$
- (d) $\lambda = 0$
- (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

26. (1 point) Les valeurs possibles de ce paramètre sont :

- ✓ (a) $\mathbb{R}$
- (b) $\mathbb{R}_+$
- (c) $\mathbb{R}_+^*$
- (d) $\mathbb{N}^*$
- (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

27. (1 point) La probabilité d'observer plus de 2 défauts par dalle est

- (a) 0.322
- (b) 0.422
- (c) 0.122
- (d) 0.222

✗ (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

L'entreprise présente à ces clients deux catégories de dalles : celle présentant moins de 2 défauts (qualité : ***) et celles présentant au moins 2 défauts (qualité : **).

28. (1 point) La probabilité d'observer au moins deux défauts sur une dalle est

- ✓ (a) 0.118
- (b) 0.448
- (c) 0.338
- (d) 0.228
- (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses

29. (1 point) La proportion de dalles de qualité est

- (a) 22.8%
- (b) 11.8%

- (c) 33.8%
 - (d) 44.8%
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses
30. (1 point) Sur 500 dalles contrôlées, le nombre attendu ne présentant aucun défaut est
- (a) $\simeq 250$
 - (b) $\simeq 50$
 - (c) $\simeq 150$
 - (d) $\simeq 350$
 - (e) Toutes les affirmations précédentes sont fausses