

---

**Contrôle continu**

---

*Le sujet est à rendre avec la copie.*

*Le sujet comprend deux pages*

**Exercice 1 : (12 points)**

Pour cet exercice nous utilisons une base de données de deux séries annuelles  $X_t$  et  $Y_t$  entre 2018 et 2023.

Les données sont présentées dans le tableau suivant :

	2018	2019	2020	2021	2022	2023
$Y_t$	0.18	0.04	0.48	1.03	1.11	1.85
$X_t$	10.05	10.35	8.01	9.41	8.41	9.02

1. Calculer les moyennes empiriques de deux variables.
2. Calculer  $SCT = \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2$  et  $SCT_x = \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2$ .
3. Calculer les variances empiriques de deux variables en utilisant les résultats de la question précédente.
4. Calculer et interpréter la covariance entre  $Y_t$  et  $X_t$ .
5. Calculer et interpréter le coefficient de corrélation entre  $Y_t$  et  $X_t$ .
6. Calculer les estimations des paramètres du modèle suivant par les MCO :  $Y_t = a + b X_t + U_t$ . Interpréter les résultats.
7. Calculer  $\hat{Y}_t$  et  $\hat{U}_t$ . Vérifier que  $\bar{\hat{Y}} = \bar{Y}$  et  $\bar{\hat{U}} = 0$ .
8. Calculer SCE et SCR. En utilisant les résultats des questions 2 et 7, vérifier que  $SCT = SCE + SCR$ .
9. En utilisant les résultats de la question précédente, calculer et interpréter le coefficient de détermination  $R^2$ . Vérifier que  $R^2 = r_{xy}^2$ .
10. Tracer la droite de régression estimée.

**Exercice 2: (8 points)**

Le tableau ci-dessous présente les données sur une variable statistique continue  $y_i$  observée pour les individus  $i = 1, \dots, N$  et une variable catégorique  $c_i$  qui prend les valeurs "Groupe A", "Groupe B" et "Groupe C".

$i$	1	2	3	4	5	6
$y_i$	0.32	2.34	1.54	5.58	4.77	-1.31
$c_i$	Groupe C	Groupe A	Groupe B	Groupe A	Groupe A	Groupe C
$i$	7	8	9	10	11	12
$y_i$	2.83	-0.43	-1.26	0.65	5.03	1.86
$c_i$	Groupe B	Groupe C	Groupe B	Groupe A	Groupe A	Groupe B

1. Compléter le tableau ci-dessous et déterminer  $N_k$ , le nombre d'observations pour chaque groupe  $k = 1, \dots, K$ .
2. Calculer la moyenne empirique ( $\bar{y}_k$ ) et la variance empirique ( $S^2$ ) de chaque groupe  $k = 1, \dots, K$ .
3. Calculer SCT, SCE, SCR et  $R^2$ . Interprétation.

<i><b>l</b></i>	<i><b>Groupe A</b></i>	<i><b>Groupe B</b></i>	<i><b>Groupe C</b></i>
<i><b>1</b></i>			
<i><b>2</b></i>			
<i><b>3</b></i>			
<i><b>4</b></i>			
<i><b>5</b></i>			
<i><b><math>N_k</math></b></i>			