

NOM :

PRENOM :

GROUPE :

Les résultats seront donnés avec **3** chiffres derrière la virgule

Exercice 1 : Une entreprise de vente en ligne vend des produits électroniques. On sait qu'en moyenne 10 % des visiteurs du site effectuent un achat. Les gestionnaires de l'entreprise souhaitent analyser les performances de leur site web en terme de nombre de conversions journalières. Notons donc X le nombre de conversions au cours d'une journée, c'est-à-dire le nombre de visiteurs effectuant un achat au cours d'une journée.

1. En supposant qu'il y a un nombre constant n de visiteurs chaque jour, donner la loi de X .

Réponse : $X \sim \mathcal{B}(n, 0.1)$

2. Supposons que $n = 15$.

- a) Calculer la probabilité d'avoir 1 conversion ou moins au cours d'une journée.

Réponse : $\mathbb{P}(X \leq 1) = 0.549$

- b) Calculer la probabilité d'avoir 3 conversions ou plus au cours d'une journée.

Réponse : $\mathbb{P}(X \geq 3) = 0.184$

3. Supposons que $n = 500$

- a) Justifier l'approximation de X par une variable aléatoire Y de loi normale et donner les paramètres de cette loi.

Réponse : $Y \sim \mathcal{N}(50, 45)$

- b) En déduire la probabilité d'avoir 30 conversions ou moins au cours d'une journée.

Réponse : $\mathbb{P}(X \leq 30) = 0.002$

- c) Calculer le nombre de conversions maximum c tel que la probabilité d'avoir c conversions ou moins au cours d'une journée est inférieure à 5%.

Réponse : $c = 38$

Exercice 2 : Un supermarché de proximité a observé que, en moyenne, 10 clients arrivent chaque heure. Pour analyser les arrivées des clients, on modélise le nombre d'arrivées X de clients par heure par une loi de Poisson de paramètre $m = 10$.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 5 clients qui arrivent au cours d'une heure donnée.

Réponse : $\mathbb{P}(X = 5) = 0.038$

2. Calculer la probabilité qu'il y ait 6 clients ou plus qui arrivent au cours d'une heure donnée.

Réponse : $\mathbb{P}(X \geq 6) = 0.933$

Exercice 3 : Une entreprise gère un service client qui traite les demandes des clients via un chat en ligne. Le temps de réponse moyen est de 10 minutes. On suppose que le temps de réponse suit une loi exponentielle.

1. Donner le paramètre de la loi.

Réponse : $\lambda = 0.1$

2. Calculez la probabilité que le temps de réponse soit inférieur à 5 minutes.

Réponse : $\mathbb{P}(X \leq 5) = 0.393$

3. Calculer le temps t tel que la probabilité qu'une demande ait une réponse en moins de t minutes est de 0.5.

Réponse : $t=6.931$

Exercice 4 : Pour évaluer la satisfaction de vos clients à partir d'un échantillon de clients sélectionnés dans votre base de données, vous avez tiré au hasard un échantillon de 50 clients et leur avez demandé s'ils étaient satisfaits de vos services. Parmi ces 50 clients, 30 ont répondu positivement.

1. Calculer un intervalle de confiance à 98% pour la proportion de clients satisfaits.

Réponse : $p^e = 0.6$, $z_\alpha = 2.326$, $a_\alpha = 0.161$, $I_{98\%} = [43.8\%; 76.1\%]$

2. Vous savez que votre base de données contient 500 clients. Utilisez cette information pour calculer un intervalle de confiance à 98% pour la proportion de clients satisfaits.

Réponse : $a_\alpha = 0.152$, $I_{98\%} = [44.7\%; 75.3\%]$