

Contrôle Terminal
Statistiques - L1, S1
2023

Les calculatrices sont autorisées en mode examen.

Aucun document n'est autorisé.

Le barème est indiqué à titre indicatif et peut faire l'objet de modifications.

Les résultats doivent être arrondis au centième.

Tout calcul nécessite de présenter les formules utilisées.

L'indice et les bornes des sommes doivent être présentés : une simplification de la notation ne sera pas acceptée.

Exercice 1 (6 points) Démontrez les propositions suivantes.

Soit x_i et y_i , $i = 1, 2, \dots, N$, deux variables statistiques, α et β deux nombres réels.

1. Soit $z_i = \alpha x_i + \beta y_i$. Alors, $\bar{z} = \alpha \bar{x} + \beta \bar{y}$.
2. Soit $z_i = x_i + y_i$. Alors, $s_z^2 = s_x^2 + s_y^2 + 2s_{xy}$.

Soit $y_i = \beta x_i$ où $\beta > 0$. Alors,

3. $b_1(y) = b_1(x)$,
4. $b_2(y) = b_2(x)$.

Exercice 2 (4 points) Pour cet exercice, vous devez choisir un des exercices Exercice 2.1 ou Exercice 2.2 ci-dessous. Répondez uniquement à l'exercice choisi. Si vous répondez à deux exercices, seulement le premier dans votre copie sera considéré.

Exercice 2.1 Soit x_i et y_i , $i = 1, 2, \dots, N$, deux variables statistiques avec $\bar{x} = 2$, $\bar{y} = 4$, $s_x = 1$, $s_y = 2$, $s_{xy} = 1$. Définissons $z_i = 1 + 2x_i$, $d_i = -2y_i$, $w_i = x_i + y_i$, $v_i = 3x_i$. Trouvez les statistiques suivantes (justifiez vos réponses avec les propriétés que vous utilisez) :

1. \bar{z}
2. s_d^2
3. s_w^2
4. s_{dv}

Exercice 2.2 Le tableau ci-dessous résume la distribution de l'emploi dans des différents secteurs d'activité par sexe (pourcentage) en France en 2021.

TABLE 1 – Distribution de l'emploi dans différents secteurs d'activité par sexe (pourcentage)

Secteur\Sexe	Femme	Homme
Agriculture	1.4	3.4
Industrie	?	28
Service	89.1	68.6

1. Quelle est l'unité statistique de cette étude ? Quelle est la population d'intérêt ?
2. Quelles sont les variables statistiques étudiées et quels sont leurs types ?
3. Les chiffres dans le tableau correspondent à quel type de fréquences ? Expliquez.
4. Trouvez et interprétez la valeur manquante du tableau.

Exercice 3 (4 points) Une mesure des inégalités de revenus dans une population est la proportion du revenu perçue par 1% les plus riches de cette population. Par exemple, en 2021, 19,5% du revenu mondial est possédé par les 1% les plus riches du monde.¹ Le tableau ci-dessous présente les données sur cette variable (x) pour trois pays et deux périodes.

TABLE 2 – Proportion du revenu perçue par 1% les plus riches (x)

Pays	2001	2017
Allemagne	10.3	13.2
France	10.8	9.8
États-Unis	16.6	19.1

1. World Inequality Database (WID.world) (2023) – accédé par Our World in Data.

1. Représentez les données de 2017 dans un graphique pertinent. Interprétation.
2. Calculez le coefficient multiplicateur et le taux de croissance de la variable x entre 2001 et 2017 pour chacun des trois pays. Interprétez les taux de croissance trouvés.

Exercice 4 (8 points) Le tableau ci-dessous contient les données sur le pourcentage d'entreprises ayant une femme à la tête de la direction (x) dans 62 pays. Après avoir réordonné les données dans l'ordre croissant, nous trouvons les valeurs suivantes : $x_{(1)} = 0.9$; $x_{(7)} = 6.3$; $x_{(8)} = 6.6$; $x_{(16)} = 11.3$; $x_{(17)} = 11.9$; $x_{(31)} = 17.2$; $x_{(32)} = 17.7$; $x_{(46)} = 21.3$; $x_{(47)} = 21.8$; $x_{(55)} = 27$; $x_{(56)} = 27.8$; $x_{(62)} = 43.1$.

TABLE 3 – Pourcentage d'entreprises ayant une femme à la tête de la direction

ALB	18.1	EST	22.5	LTU	30.7	RWA	21.8
ARG	8	GMB	9.6	LUX	7.4	SRB	18.2
ARM	19.1	GEO	16.5	MLT	11.3	SLE	15.9
AZE	16.5	GRC	17.2	MDA	18.6	SVK	22.9
BLR	21.1	GTM	18.5	MNG	38.9	SVN	18.8
BEL	17.9	HUN	22.1	MNE	15	SUR	11.9
BOL	26.3	ITA	15.3	MAR	5.4	TJK	6.6
BIH	16.6	JOR	3.1	MOZ	15.6	TUN	10.4
BGR	28.8	KAZ	26	NER	10.6	TUR	3.9
TCD	12	KEN	18.1	MKD	21.3	UKR	17.7
COL	18.9	XKX	2.7	PRY	19.6	URY	10.6
HRV	27	KGZ	32.9	PER	19.9	UZB	12.4
CYP	8.2	LAO	43.1	POL	27.8	PSE	0.9
CZE	16.1	LVA	32.6	PRT	14	ZMB	12.9
ECU	22.9	LBN	5.9	ROU	17.2		
EGY	6.3	LBR	20.4	RUS	24.3		

1. Calculez et interprétez Q_1 , Q_2 , Q_3 .
2. Tracez le diagramme en boîte. Que-ce qu'on peut déduire sur l'(a)symétrie de la distribution de ce diagramme. Expliquez.
3. On donne les statistiques suivantes :

$$\sum_{i=1}^{62} x_i = 1072.8; \quad \sum_{i=1}^{62} x_i^2 = 23092.58;$$

$$\sum_{i=1}^{62} (x_i - \bar{x})^3 = 19982.32; \quad \sum_{i=1}^{62} (x_i - \bar{x})^4 = 1157437.82.$$

Calculez la moyenne empirique, la variance empirique, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement x . Interprétez le coefficient d'asymétrie.