

**Contrôle terminal d'Introduction à la microéconomie**  
**14/04/2025 – Durée : 3h**

---

**A LIRE ATTENTIVEMENT**

Les calculatrices ne sont pas autorisées. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des définitions, raisonnements et commentaires entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Tout résultat donné sans justification sera considéré comme nul.

---

**EXERCICE 1 (barème indicatif : 7 points)**

---

La fonction d'utilité d'un consommateur, relative à deux biens  $X$  et  $Y$ , s'écrit :

$$U(x, y) = x^{0,5}(y - 2)^{0,5}$$

où  $x$  est la quantité de bien  $X$  et  $y$  la quantité de bien  $Y$ . Soit  $R$  le revenu que le consommateur consacre à l'achat de ces deux biens,  $p_x$  le prix du bien  $X$  et  $p_y$  le prix du bien  $Y$ .

1. Ecrivez le programme du consommateur et utilisez la méthode du Lagrangien pour déterminer les fonctions de demande marshalliennes pour chacun des deux biens. Veillez à tenir compte d'éventuelles solutions en coin.
2. Supposons que toutes les conditions éventuelles pour une solution intérieure soient remplies. Calculez, pour la demande de bien  $X$ , les élasticité prix, prix croisés et revenu et étudiez la nature de ce bien et sa relation avec le bien  $Y$ .
3. Supposons maintenant que le revenu du consommateur soit égal à 180, le prix du bien  $X$  égal à 2 et le prix du bien  $Y$  égal à 10. Quel sera alors le panier choisi par le consommateur ?
4. Représentez graphiquement la courbe de demande pour le bien  $X$ , en utilisant des données adéquates de la question précédente. Commentez votre graphique.

**EXERCICE 2 (barème indicatif : 7 points)**

---

Soit une entreprise qui produit un bien en quantité  $q$  à l'aide de deux facteurs de production,  $z_1$  et  $z_2$ . Soit  $p_1$  le prix unitaire du premier facteur et  $p_2$  celui du second. La fonction de production de l'entreprise est la suivante :

$$q(z_1, z_2) = \left( \frac{1}{3}z_1^{1/2} + \frac{2}{3}z_2^{1/2} \right)^2$$

1. Déterminez le taux marginal de substitution technique du facteur 2 au facteur 1,  $TMST_{2 \rightarrow 1}$ . Si on pose  $z_1 = 4$  et  $z_2 = 4$ , quelle sera sa valeur ? Interprétez.
2. Calculez l'élasticité de substitution  $\sigma_{2 \rightarrow 1}$ . Comment s'interprète-t-elle lorsque l'entreprise utilise les quantités de facteurs qui minimisent ses coûts de production ?
3. Déterminez les demandes conditionnelles des facteurs pour un volume de production donné.
4. Etablissez la fonction de coût total de l'entreprise et simplifiez l'expression. De quel budget doit disposer l'entreprise au minimum si elle souhaite produire 100 unités du bien et si les prix unitaires des facteurs de production sont  $p_1 = 10$  et  $p_2 = 50$  ?

**EXERCICE 3 (barème indicatif : 6 points)**

---

On considère un marché concurrentiel sur lequel opèrent 100 entreprises identiques dont la fonction de coût individuelle est la suivante :

$$C(q) = q^2 + 4q + 9$$

où  $q$  représente le volume de production d'une entreprise individuelle. La demande globale sur le marché est donnée par l'équation suivante :

$$Q_D(p) = 1000 - 10p$$

avec  $p$  le prix unitaire du bien.

1. Calculez le seuil de rentabilité et le seuil de fermeture à court terme. Interprétez vos résultats.
2. Etablissez la fonction d'offre d'une entreprise individuelle et l'offre globale sur le marché.
3. Caractérissez l'équilibre de courte période en indiquant le prix et la quantité d'équilibre ainsi que la quantité produite par une entreprise individuelle et son profit.
4. A quels ajustements peut-on s'attendre sur ce marché en longue période ? Caractérissez l'équilibre de longue période en indiquant le prix et la quantité d'équilibre ainsi que les quantités et profits individuels et le nombre d'entreprises présentes sur le marché.