MICROÉCONOMIE
SUJET 2

Exercice 1

Facteurs : z_1 avec Π_1, prix facteur z_1
z_2 avec Π_2, prix facteur z_2

Fonction de Production

$$\boxed{y(z_1,z_2) = z_1^{1/2}\, z_2^{1/4}}$$

1/ Établir équation isoquante

$y(z_1,z_2) = \bar{q} \iff z_1^{1/2} z_2^{1/4} = \bar{q}$

$z_2^{1/4} = \dfrac{\bar{q}}{z_1^{1/2}}$

$z_2 = \left(\dfrac{\bar{q}}{z_1^{1/2}}\right)^4$ $\boxed{z_2 = \dfrac{\bar{q}^4}{z_1^2}}$

Prouver Décroissance / Convexité

$z_2 = \dfrac{\bar{q}^4}{z_1^2} = \boxed{\bar{q}^4 \times z_1^{-2}}$

$\hookrightarrow \dfrac{\partial z_2}{\partial z_1} = -2 z_1^{-3}\, \bar{q}^4 < 0$ **Décroissante**

$\hookrightarrow \dfrac{\partial z_2'}{\partial z_1} = 6 z_1^{-4}\, \bar{q}^4 > 0$ **Convexe**

2/ Définir et Déterminer $THST_{2\to1}$

Le THST désigne la quantité de facteur z_2 que le producteur est prêt à échanger, en échange d'1 unité de facteur z_1 supplémentaire, à production constante.

$\boxed{THST_{2\to1} = \dfrac{Pm_1}{Pm_2}}$ $THST_{2\to1} = \dfrac{\frac{1}{2} z_1^{-1/2} z_2^{1/4}}{\frac{1}{4} z_2^{-3/4} z_1^{1/2}} = \dfrac{2z_2}{z_1}$

$\to Pm_1 = \frac{1}{2} z_1^{-1/2} z_2^{1/4}$

$\to Pm_2 = \frac{1}{4} z_2^{-3/4} z_1^{1/2}$

$$\boxed{THST_{2\to1} = \dfrac{2z_2}{z_1}}$$

MICROÉCONOMIE

SUJET 2

Exercice 1

Facteurs z_1 avec Π_1, prix facteur z_1
z_2 avec Π_2, prix facteur z_2

Fonction de Production

$$\boxed{y(z_1, z_2) = z_1^{1/2} \, z_2^{1/4}}$$

1/ Établir équation isoquante

$y(z_1, z_2) = \bar{q} \iff z_1^{1/2} \, z_2^{1/4} = \bar{q}$

$z_2^{1/4} = \dfrac{\bar{q}}{z_1^{1/2}}$

$z_2 = \left(\dfrac{\bar{q}}{z_1^{1/2}}\right)^4 \qquad \boxed{z_2 = \dfrac{\bar{q}^4}{z_1^2}}$

Prouver Décroissance / Convexité

$z_2 = \dfrac{\bar{q}^4}{z_1^2} = \boxed{\bar{q}^4 \times z_1^{-2}}$

↳ $\dfrac{\partial z_2}{\partial z_1} = -2 z_1^{-3} \, \bar{q}^4 < 0$ **Décroissante**

↳ $\dfrac{\partial z_2'}{\partial z_1} = 6 z_1^{-4} \, \bar{q}^4 > 0$ **Convexe**

2/ Définir et Déterminer $THST_{2 \to 1}$

Le THST désigne la quantité de facteur z2 que le producteur est prêt à échanger, en échange d'1 unité de facteur z_1 supplémentaire, à production constante.

$$\boxed{THST_{2 \to 1} = \frac{Pm_1}{Pm_2}}$$

$\rightarrow Pm_1 = \dfrac{1}{2} z_1^{-1/2} \, z_2^{1/4}$

$\rightarrow Pm_2 = \dfrac{1}{4} z_2^{-3/4} \, z_1^{1/2}$

$THST_{2 \to 1} = \dfrac{\frac{1}{2} z_1^{-1/2} \, z_2^{1/4}}{\frac{1}{4} z_2^{-3/4} \, z_1^{1/2}} = \dfrac{2 z_2}{z_1}$

$$\boxed{THST_{2 \to 1} = \frac{2 z_2}{z_1}}$$

Si $(z_1 ; z_2) = (4 ; 1)$?

$$THST_{2\to1} = \frac{2z_2}{z_1} = \frac{2(1)}{4} = \frac{1}{2}$$

↳ Le producteur est prêt à échanger $\frac{1}{2}$ unités de facteur z_2 contre 1 unité supplémentaire de facteur z_1 à production constante.

3| Calculer Élasticité de substitution $es_{2\to1}$

$$\boxed{es_{2\to1} = \frac{\dfrac{THST_{2\to1}}{z_2/z_1}}{\dfrac{\partial THST_{2\to1}}{\partial z_2/z_1}}}$$

$$\boxed{es_{2\to1} = 1}$$

$$\to \frac{THST_{2\to1}}{z_2/z_1} = \frac{\frac{2z_2}{z_1}}{\frac{z_2}{z_1}} = \frac{2z_2}{z_1} \times \frac{z_1}{z_2} = 2$$

$$\to \frac{\partial THST_{2\to1}}{\partial z_2/z_1} = 2$$

$$es_{2\to1} = \frac{2}{2} = 1$$

↳ Cela signifie que si le THST augmente de 1% alors le rapport z_2/z_1 va augmenter de 1%.

↳ C'est à dire si z_1 devient 1% plus cher relatif à z_2. Alors, l'usage de z_2 relatif à z_1 augmente de 1%.

↳ Plus l'élasticité de substitution, plus il est facile pour le producteur de substituer ses facteurs.

4 | Demandes Conditionnelles

$$\boxed{y(z_1, z_2) = z_1^{1/2} \, z_2^{1/4}}$$

$$\begin{cases} \text{Min } D = \pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 \\ \text{SC } \bar{q} = y(z_1 ; z_2) \end{cases}$$

A l'optimum on a :

$$\boxed{THST_{2 \to 1} = \frac{2z_2}{z_1}}$$

Donc, le THST égal au rapport des prix

$$\boxed{\frac{2z_2}{z_1} = \frac{\pi_1}{\pi_2}}$$

Alors, $\boxed{2z_2 \pi_2 = \pi_1 z_1}$

$$\hookrightarrow \boxed{z_2 = \frac{\pi_1 z_1}{2\pi_2}}$$

$$\left(\frac{2z_2\pi_2}{\pi_1}\right)^{1/2} z_2^{1/4} = \bar{q}$$

$$\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)^{1/2} z_2^{1/2} \, z_2^{1/4} = \bar{q}$$

$$\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)^{1/2} z_2^{3/4} = \bar{q}$$

$$z_2^{3/4} = \frac{\bar{q}}{\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)^{1/2}}$$

$$z_2^* = \left(\frac{\bar{q}}{\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)^{1/2}}\right)^{4/3}$$

$$z_2^* = \frac{\bar{q}^{4/3}}{\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)^{2/3}}$$

$$\boxed{z_2^* = \left(\frac{\bar{q}}{\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)}\right)^{2/3}}$$

$$\hookrightarrow \boxed{z_1 = \frac{2z_2\pi_2}{\pi_1}}$$

$$z_1^{1/2} \left(\frac{\pi_1 z_1}{2\pi_2}\right)^{1/4} = \bar{q}$$

$$z_1^{1/2} \, z_1^{1/4} \left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)^{1/4} = \bar{q}$$

$$z_1^{3/4} \left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)^{1/4} = \bar{q}$$

$$z_1^{3/4} = \frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)^{1/4}}$$

$$z_1^* = \left(\frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)^{1/4}}\right)^{4/3}$$

$$z_1^* = \frac{\bar{q}^{4/3}}{\left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)^{1/3}}$$

$$\boxed{z_1^* = \frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)}}$$

5/ Établir Fonction de coût

on sait que :

$$\boxed{C(q, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 z_1^* + \pi_2 z_2^*}$$

$$C(q, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \left(\frac{\bar{q}}{\left(\frac{\pi_1}{2\pi_2}\right)} \right) + \pi_2 \left(\frac{\bar{q}}{\left(\frac{2\pi_2}{\pi_1}\right)} \right)^{2/3}$$

Exercice 2

Marché concurrentiel, 400 entreprises

Fonction Coût Individuelle $\boxed{C(y) = y^2 + 2y + 9}$

↳ y volume de prod

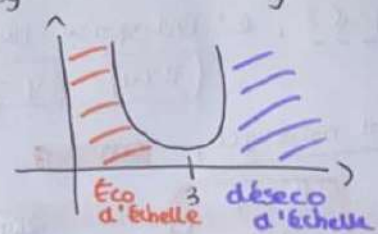
Fonction Demande Globale $\boxed{Q_D(p) = 480 - 20p}$

↳ p : prix unitaire

1| Déterminer Coût Moyen, Évolution, Économies ?

$\boxed{CM(y) = \frac{C(y)}{y}}$ $CM(y) = \frac{y^2+2y+9}{y} = y + 2 + \frac{9}{y}$

$\boxed{CM(y) = y + 2 + \frac{9}{y}}$



Puis, $\boxed{CM'(y) = 1 - \frac{9}{y^2}}$

$CM'(y) = 0 \iff 1 - \frac{9}{y^2} = 0 \quad \frac{9}{y^2} = 1 \quad y^2 = 9 \quad y = 3$

Et, $\boxed{CM''(y) = \frac{18}{y^3}}$

↳ Le Coût Moyen est constamment décroissant avec le volume de production.

* Si quantités faibles → coût fixe élevé
* Si quantités élevées → coût fixe faible

2| Seuil de Rentabilité

↳ Minimum du CM(y) soit $\boxed{y = 3}$

Alors, $CM(3) = 3 + 2 + \frac{9}{3} = 8$

$\boxed{CM(3) = 8}$

↳ L'entreprise réalise un profit positif à partir de 8 unités produites.

Seuil de Fermeture

↳ Minimum du CVM(y) $\boxed{CVM(q) = y+2}$

Alors, $\frac{\partial CVM(y)}{\partial y} = 1$ $1 = 0$ pas de minimum

$CVM(0) = 0+2 = 2$ $\boxed{CVM(0) = 2}$

↳ 2€ est le prix en dessous duquel l'entreprise cesse de produire

3| Etablir Fonction Offre Individuelle

→ $C(y) = y^2 + 2y + 9$

→ $CVM(y) = y + 2$

On sait que, $CVM(0) = 2$

Si $p \leq 2$, l'entreprise ne produit pas, elle max son profit :

$\boxed{\pi(q) = pq - C(q)}$

Il est max qd, $cm = p$ $cm = 2y + 2 = 2q + 2$

Soit, $\boxed{\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = 0}$,

$2q + 2 = p$

$2q = p - 2$

$\boxed{q = \frac{p-2}{2}}$

$q = 0{,}5p - 1$

Donc, $q(p) = \begin{cases} 0 \text{ si } p \leq 2 \\ \frac{p-2}{2} \text{ sinon} \end{cases}$

Fonction Offre Globale

400 (E)

Alors, $400(0{,}5p - 1) = 200p - 400$

Donc, $Q^0(P) = \begin{cases} 0 \text{ si } p \leq 2 \\ 200p - 400 \text{ sinon} \end{cases}$

$CM(q)$ $\boxed{CVM(q) = y + 2}$

$1 = 0$ pas de minimum

…uilibre de CT et Profit

…uilibre atteint si $\boxed{Q^O(P) = q^D(P)}$

$$\Longleftrightarrow \quad 200p - 400 = 480 - 20p$$
$$200p + 20p = 480 + 400$$
$$220p = 880$$
$$p = 4$$

$p^* = 4$

$Q^* = 400$

$q^* = 1$

$\oplus \; Q^O(4) = 200(4) - 400 = 400$

$\oplus \; q(4) = \frac{4-2}{2} = 1$

Profit

$$\boxed{\pi(q^*) = pq - C(y)}$$

$$\pi(1) = 4(1) - [y^2 + 2y + 9]$$
$$\pi(1) = 4 - y^2 - 2y - 9$$
$$\pi(1) = 4 - (1)^2 - 2(1) - 9$$
$$\pi(1) = 4 - 1 - 2 - 9$$
$$\pi(1) = -8$$

↳ A CT, chaque producteur réalise un profit négatif car le prix est inférieur au seuil de rentabilité.

5| Ajustements

Minimum du $CM(y)$ → $q = 3$

S. Rentabilité → $CM(3) = 8$

$$\boxed{Q^D(p) = 480 - 20p}$$

$$Q^* \; LT = 480 - 20(8) = 420$$

$$q(3) = \frac{8-2}{2} = 3 \quad \Longleftrightarrow \quad 3 = 3$$

On veut, $3n = 420$ $\quad n = \frac{420}{3}$ $\quad n = 140$

A long terme, 140 nouvelles entreprises vont entrer sur le marché.

↳ chaque entreprise réalise un profit économiquement nul.

$\pi(1) = -8$

↳ A CT, chaque producteur réalise un profit négatif car le prix est inférieur au seuil de rentabilité.

5| Ajustements

Minimum du CM(q) → $q = 3$

S. Rentabilité → $CM(3) = 8$

$$\boxed{Q^D(p) = 480 - 20p}$$

$$Q^* LT = 480 - 20(8) = 320$$

$$q(3) = \frac{8-2}{2} = 3 \quad \Leftrightarrow 3 = 3$$

On veut, $3n = 320$ $n = \frac{320}{3}$ $n = 107$

A long terme, 107 nouvelles entreprises vont entrer sur le marché.

↳ chaque entreprise réalise un profit économiquement nul.