

Fiche de travaux dirigés - L2 - TD6

D. Legros

2024-2025

Exercice 1 A la suite d'une interrogation notée sur 20, le professeur annonce qu'en raison de la perte des copies, il a donné des notes au hasard entre 5 et 15 et que chaque note a la même probabilité d'être survenue.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par les notes ?
2. Donner l'expression de sa densité.
3. Calculer la probabilité que la note obtenue par un étudiant soit supérieure à 11.
4. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait une note supérieure à 11 ?
5. Un étudiant ayant bien travaillé espérait avoir une note supérieure à 14. Le professeur le rassure en lui disant que sa note est supérieure à 11. Quelle est la probabilité que sa note soit supérieure à 14 ?
6. Quelle sera la moyenne des notes ?

Exercice 2 Une entreprise dispose d'un parc d'ordinateurs identiques (achetés exactement à la même date et auprès du même fournisseur). La durée de vie en années d'un ordinateur est une variable aléatoire notée X qui suit une loi de durée de vie sans vieillissement ou encore loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

1. Sachant que $P(X > 10) = 0,286$, montrer que $\lambda = 0,125$ au centième près. Dans la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,125$.
2. Calculer la probabilité qu'un ordinateur du modèle acheté ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3. Sachant qu'un ordinateur a déjà fonctionné 8 années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans.
4. On considère que la durée de vie d'un ordinateur est indépendante de celle des autres ordinateurs. Le responsable de l'entreprise décide de commander 15 ordinateurs. Quelle est la probabilité qu'au moins un ordinateur ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
5. Combien l'entreprise devrait-il acheter d'ordinateurs pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieure à 0,999 ?

Exercice 3 La température T dans un congélateur suit une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$ ou T est exprimée en degrés Celsius.

1. Quelle est la probabilité que la température T soit inférieure à 2.5 ?
2. Quelle est la probabilité que la température T soit comprise entre -1.5 et 1.5 degrés ?
3. Quelle est la probabilité que la température T soit supérieure à 2.1 ?
4. Trouver les valeurs de l'intervalle $[-t, t]$ telles que la probabilité que la température T soit comprise dans cet intervalle est de 0.99.
5. Trouver les valeurs de l'intervalle $[-l, l]$ telles que la probabilité que la température T soit comprise dans cet intervalle est de 0.90.

Exercice 4 On considère que, pour un conducteur, le nombre de kilomètres avant le premier accident suit une loi normale de moyenne 35000km avec un écart-type de 5000km.

1. Déterminer le pourcentage d'individus ayant eu leur premier accident avant les 25000km.
2. Déterminer le pourcentage d'individus ayant eu leur premier accident après les 25000km et avant les 40000 km.
3. Déterminer le pourcentage d'individus n'ayant pas eu d'accident avant les 45000km.
4. Au bout de combien de kilomètres peut-on dire que 75% des conducteurs ont eu leur premier accident ?

Exercice 5 Un examen est constitué de deux parties notées chacune sur 10 points. Un certain candidat est actuellement entraîné de façon telle que :

— Sa note X à la première partie suit une loi $\mathcal{N}(7; 1)$

— Sa note Y à la seconde partie suit une loi $\mathcal{N}(6; 2)$

Pour être admis 9.5 points pour être admis avec un bon dossier.

1. Soit $T = X + Y$ la note totale de ce candidat.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité suivie par T .
 - (b) Calculer la probabilité $p(T = 9, 5)$ à 1% près et interpréter le résultat.
2. Avec un bon entraînement le candidat réduit « chacun des ses écart-types » à 0.5. Quelle est, par conséquent, la probabilité que ce candidat soit admis (avec un bon dossier) ?

Soit X une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$.

1. Déterminer la loi de $Y = X^2$.
2. Donner l'espérance et la variance de X .
3. Calculer la probabilité de l'événement $Y < 1$.

Exercice 6 A l'aide des tables statistiques, déterminer les quantiles suivants ;

$$\begin{array}{ll} \chi_{0.975}^2(14) & ; \quad \chi_{0.05}^2(65) \\ t_{0.025;12} & ; \quad t_{0.90;60} \\ F_{0.975}(6; 16) & ; \quad F_{0.025}(22, 30) \end{array}$$