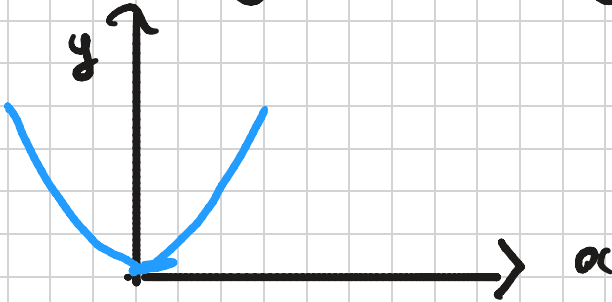




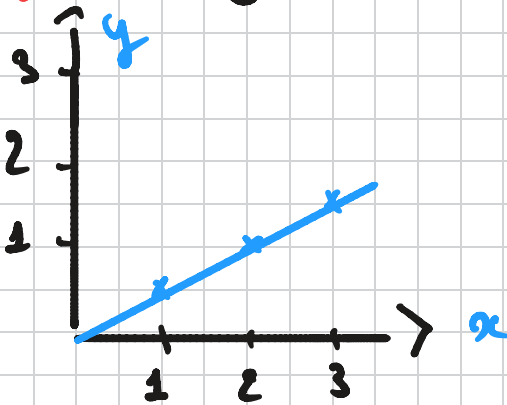
TD 2

⚠️ Tout les nous ensembles sont dans $\mathbb{R}^2$

1) : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$:

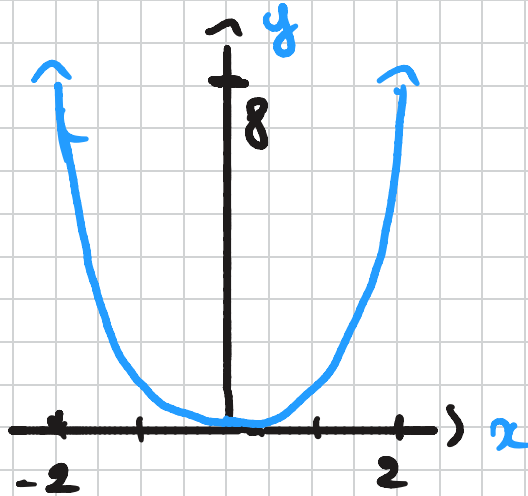


2) : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^{1/2}, x \geq 0\}$:

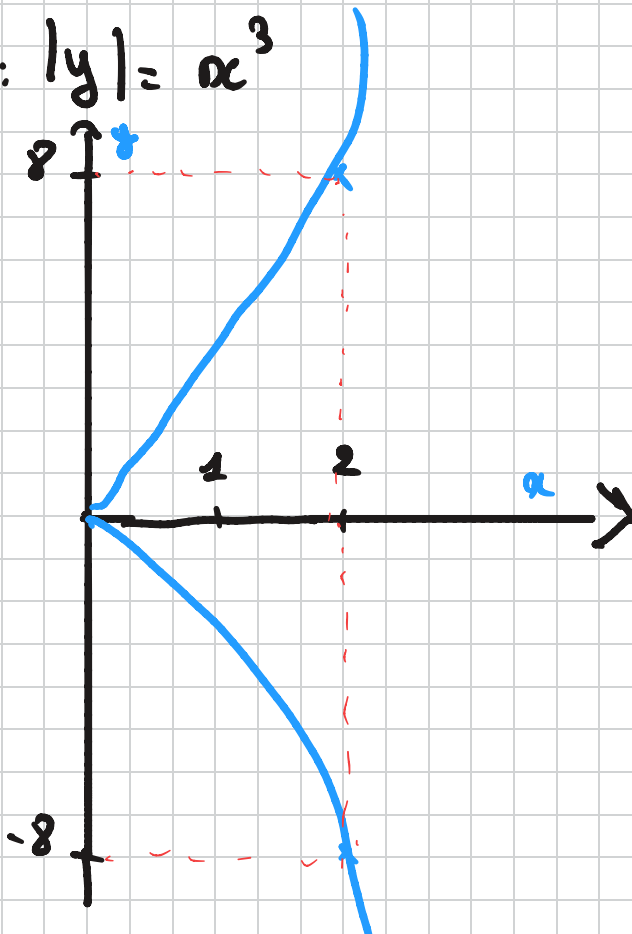


* On ne regarde pas ce qui'il y a en $x \leq 0$

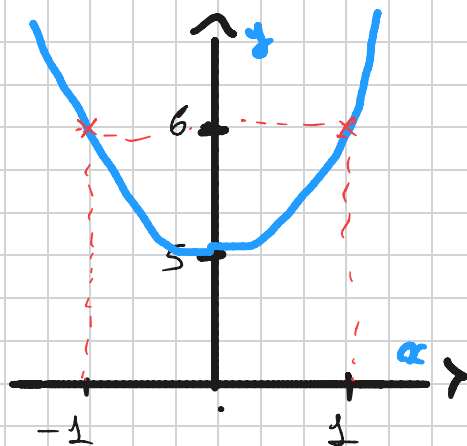
3) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x^3|\}$:



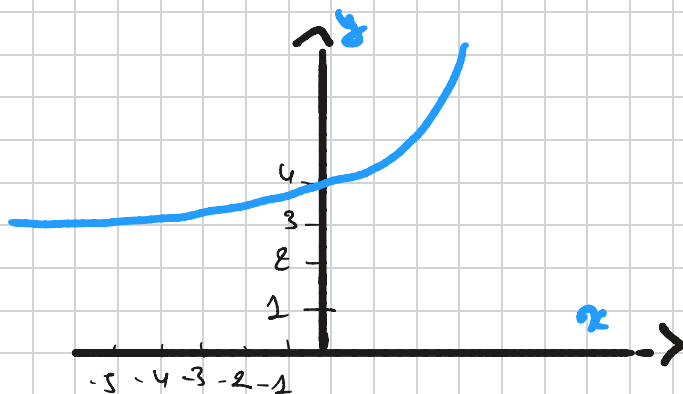
4) " : $|y| = x^3$



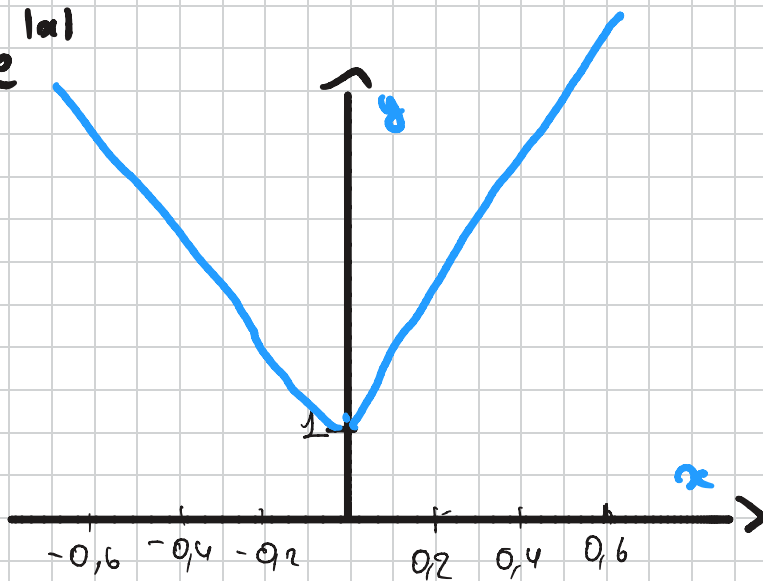
$$5) y = x^4 + 5$$



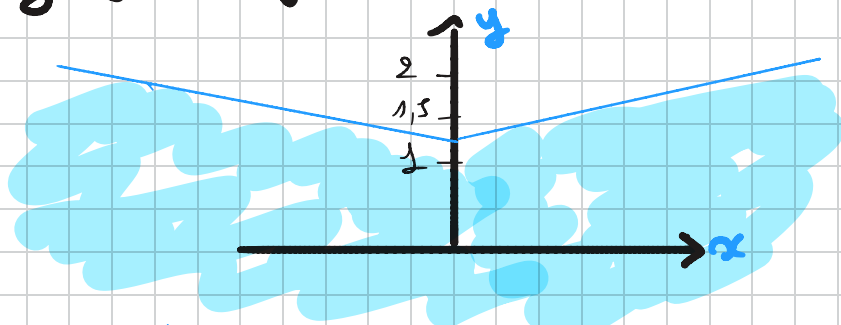
$$6) y = e^x + 3$$



$$7) y \geq e^{|x|}$$

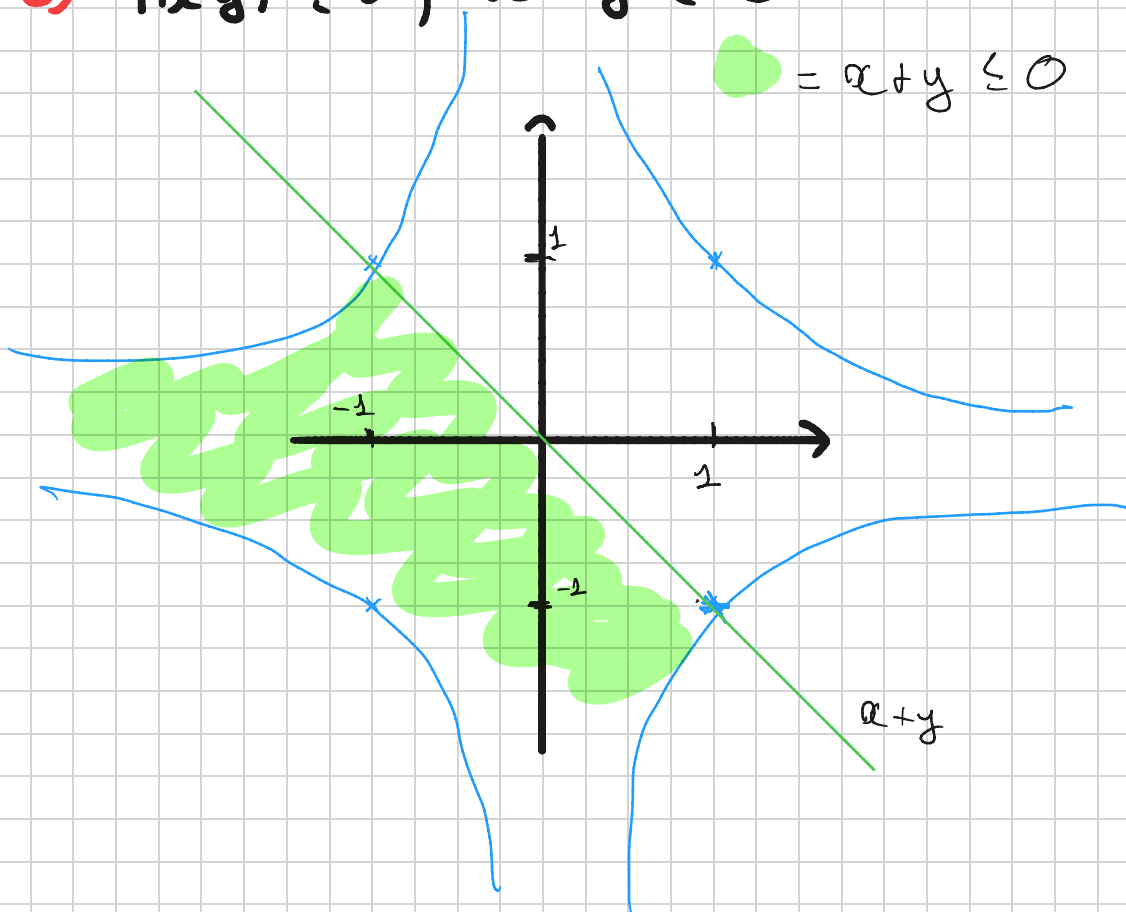


$$8) y \leq P_m(|x| + 4)$$



= une hachuré de la fonction.

$$9) |xy| \leq 1, x + y \leq 0$$



10) $x + 3y = 5$, $2x - y = 2$

(1) (2)

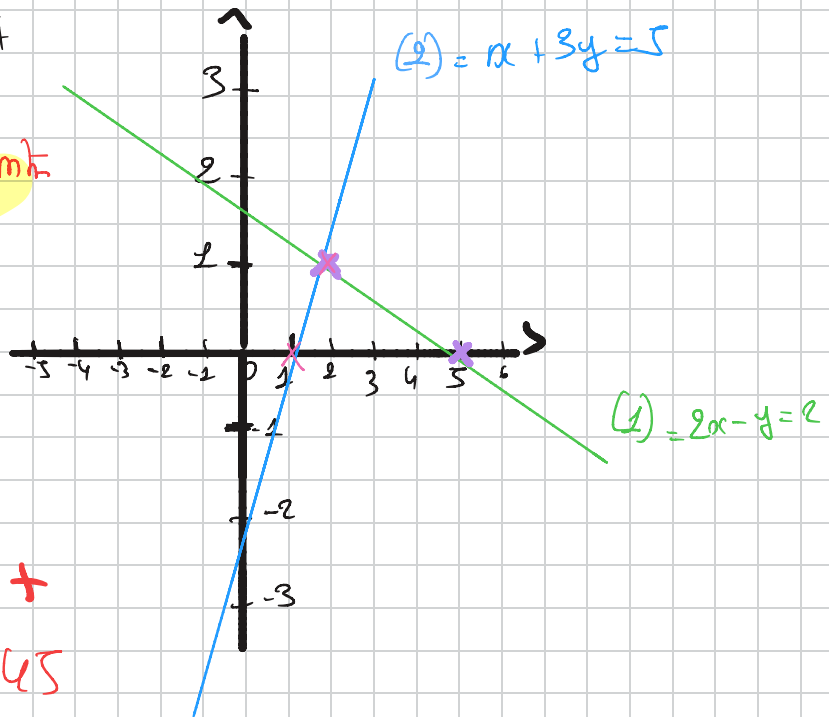
(1) $\Rightarrow$ Lorsque $y=0$, $x=5 \Rightarrow (5, 0)$ ✕

Lorsque $y=1$, $x=5-3=2 \Rightarrow (2, 1)$ ✕

(2) Lorsque $y=0$, $x=1 \Rightarrow (1, 0)$ ✕

Lorsque $y=1$, $x=3/2 \Rightarrow (1.5, 1)$ ✕

on cherche $y=0$ et
 $y=1$ pour chaque
 equation afin
 de placer nos points
 pour tracer nos
 droites.



Z GESTION +

07 66 78 59 45

11) $4x - y + 1 = 0$ (1), $x + y = -3$ (2)

on peut développer (1) en fonction de x :

$$4x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{y - 1}{4}$$

même chose pour (2): $x + y = -3 \Leftrightarrow x = -3 - y$

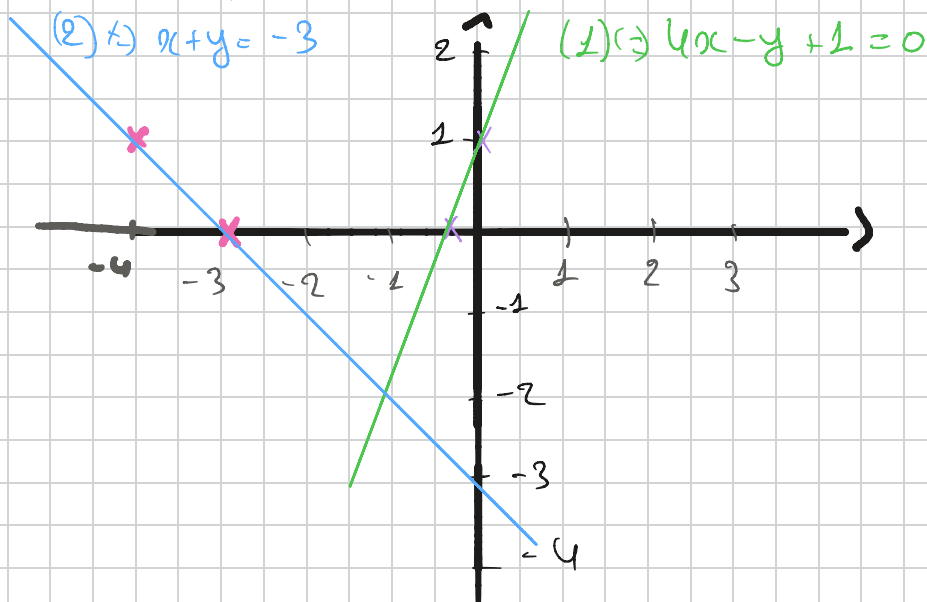
même méthode que 10):

(1) $\Rightarrow$ Lorsque $y = 0$, $x = \frac{0 - 1}{4} = -\frac{1}{4} : (-\frac{1}{4}; 0)$ ✕

Lorsque $y = 1$, $x = \frac{1 - 1}{4} = 0 : (0, 1)$ ✕

(2) $\Rightarrow$ Lorsque $y = 0$, $x = -3 : (-3; 0)$ ✕

Lorsque $y = 1$, $x = -3 - 1 = -4 : (-4; 1)$ ✕



Exercice 2

⇒ Rappel

3 règles importantes à connaître en matière de D_f (Domaine de définition):

* Règle n°1 : Le dénominateur d'un quotient ne peut être nul $\neq 0$

* Règle n°2 : L'argument (ce qui contient) de la racine carrée doit être positive ≥ 0

* Règle n°3 : L'argument de la fonction $\ln$ doit être strictement positif > 0

ZGESTION + : 07 66 78 5945

$$(i) \quad g(x) = \ln(x-1)$$

d'argument ici c'est: $x-1$

Donc $x-1$ doit être > 0

$$\Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

Alors $Dg \supset]1; +\infty[$

$$(ii) \quad g(x) = x^{1/3} + 27x - 2$$

⚠ ici, $x^{1/3}$ peut s'écrire $\sqrt[3]{x}$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= x^{1/2} \\ \sqrt[2]{x} &= x^{1/2} \end{aligned}$$

c'est la racine cubique. cette racine est définie pour tout réel, donc :

$Dg: \mathbb{R}$

$$\text{iii) } R(x) = (x^2 - 16x)^{1/2} + 42\pi$$

 $R(x) = \sqrt{x^2 - 16x} + 42\pi$
 il faut que l'argument de $\sqrt{\quad}$ soit ≥ 0 .

Donc, $x^2 - 16x \geq 0$. On peut faire (cf. TD1).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-16)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 256 > 0$$

2 racines :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 + \sqrt{256}}{2} = 16$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 - \sqrt{256}}{2} = 0$$

Ainsi :

$$D_f =]-\infty; 0] \cup [16; +\infty[$$

iv) $\sqrt{2 - x^2}$ $\rightarrow$ * Règle n°2

Donc $2 - x^2 \geq 0$

On peut passer par Δ , mais ça rendrait Comp. on résout donc l'équation directement:

$$\begin{aligned}
 -x^2 &\geq -2 & (\Leftrightarrow) & x^2 \leq 2 & \Delta \text{ on change le signe} \\
 & & (\Leftrightarrow) & x \leq \sqrt{2} \text{ ou } x \leq -\sqrt{2} \\
 & & (\Leftrightarrow) & -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Donc $D_f = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

v) $v(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x}}$ $\rightarrow$ * Règle n°2

2 contraintes : $1 - \sqrt{x} \geq 0$ et $x \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 - \sqrt{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$



Pour $+\sqrt{}$

$$(\Leftrightarrow) \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad \text{Donc} \quad \text{Df: } [0, 1]$$

vi) $v(x) = \left(P_m(1+x) \right)^{-1}$ * Règle 1 et 3

$\triangle$ $v(x) = \frac{1}{P_m(1+x)}$

Donc $P_m(1+x) \neq 0$ et $1+x > 0$

$1+x > 0 \Leftrightarrow x > -1$

et

$P_m(1+x) \neq 0 \Leftrightarrow 1+x \neq e^0$
 $1+x \neq 1$
 $x \neq 0$

Df: $] -1; 0[\cup] 0; +\infty[$

vii) $P_m(1 - e^{3x})$ * Règle n°3

$$1 - e^{3x} > 0$$

$$-e^{3x} > -1$$

$$e^{3x} < 1$$

$$P_m(e^{3x}) < P_m(1) \Rightarrow \text{car } P_m \text{ est strictement croissant!!}$$

$$3x < 0 \quad \Bigg) \div 3$$

$$x < 0$$

Donc Df : $] -\infty ; 0 [$

viii) $P_m\left(\sqrt{\frac{x}{x^2-1}}\right)$ * Les 3 règles.

$$\underbrace{\sqrt{\frac{x}{x^2-1}} > 0}_{\text{}} ; \frac{x}{x^2-1} \geq 0 ; x^2-1 \neq 0$$

On va regrouper ces deux étapes

$$\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \text{ or } x < -1 \end{cases}$$

	-∞	-1	0	1	+∞
x	-		0	+	+
$x^2 - 1$	+	0	-	-	+
$\frac{x}{x^2 - 1}$	-		+	-	+
$f(x)$	↘		↗	↘	↗

Donc $D_f :]-1; 0[\cup]1; +\infty[$

ZGESTION

07 66 78 53 45

$$ix) \frac{1}{2} P_m(\alpha) - \frac{1}{2} P_m(\alpha-1) - \frac{1}{2} P_m(\alpha+1)$$

* Règle n°3

$$\alpha > 0 ; \alpha - 1 > 0 ; \alpha + 1 > 0$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \alpha > 0 \\ \alpha - 1 > 0 \\ \alpha + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha > 0 \\ \alpha > 1 \\ \alpha > -1 \end{cases}$$

Si $\alpha > 1$ alors $\alpha > 0$ et $\alpha > -1$

Donc Df : $]1; +\infty[$

$$x) f(x, y) = \frac{x + 4y + \ln(x + 4y)}{\sqrt{y - e^x}}$$

* 3 négliges

$$x + 4y > 0 ; \quad \sqrt{y - e^x} \neq 0 ;$$

$$y - e^x > 0$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}f : \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 4y > 0 \text{ et } y > e^x \right\}$$

ZG ESTION +

07 66 78 59 45.