

Fiche de travaux dirigés - L2 - TD4

U.F.R. Droit, Sciences Economique et Politique

D. Legros

2024-2025

Exercice 1 Pour une demande aléatoire journalière de x tonnes de fruits, un grossiste en commande y tonnes chaque jour ($x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$). Une étude statistique permet de supposer que la variable aléatoire X représentant “la demande en tonnes” suit la loi de probabilité définie ci-dessus :

k	1	2	3	4	5	6	7
x_k	0	1	2	3	4	5	6
p_k	0.02	0.15	0.25	0.30	0.15	0.10	0.03

1. Déterminer et représenter graphiquement la fonction de répartition de X .
2. Quelle est la probabilité que la demande de fruits soit comprise entre 1 et 3 tonnes ?
3. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .
4. Calculer la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X .

Exercice 2 On considère un lot de chaussures comportant 5 paires de chaussures noires, 3 paires de chaussures rouges et 4 paires de chaussures vertes. En dehors de la couleur, toutes les paires sont identiques. On prend deux chaussures au hasard. Soit X , la variable aléatoire de Bernoulli définie par $X = 1$ si les deux chaussures choisies forment une paire véritable, et $X = 0$ sinon.

1. Déterminer la loi de X .
2. Donner la valeur de l'espérance de X ainsi que sa variance et son écart-type.

Exercice 3 Soit une variable aléatoire X qui suit une loi de Bernoulli de paramètre θ , avec $0 < \theta < 1$. On a donc : $P(X = 1) = \theta$ et donc $P(X = 0) = 1 - \theta$.

1. Déterminer $m_X(t)$ la fonction génératrice des moments de la variable aléatoire X .
En déduire $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 4 Soit ¹ X une variable binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 6\%$ i.e. $\mathcal{B}(30, 0.06)$.

1. Calculer $P(X = 6)$, $P(X \leq 3)$, $P(X < 3)$, $P(X = 7.5)$, $P(3 \leq X \leq 6)$ et $P(3 \leq X \leq)$.
2. Déterminer les valeurs de x_0 telles que $P(X \geq x_0) \leq 0.63$.
3. Calculer $P(X = 24)$ dans le cas où $p = 0.94$.

Exercice 5 Une urne est constituée de 10 boules blanches et 8 boules noires. On tire au hasard, et sans remise, 5 boules dans l'urne. Soit la variable aléatoire X égale au nombre de boules noires extraites de l'urne.

- Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ?
- Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .
- Calculer la variance de la variable aléatoire X .

1. Cet exercice est extrait du livre d'Alain Piller, “Probabilités pour économistes”.

Exercice 6 A partir de la distribution de Poisson $p(k, \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$

1. Calculer $p(2, 1)$,
2. Calculer $p(3, \frac{1}{2})$,
3. Calculer $p(2, 0.7)$

Exercice 7 Des études ont montré que le nombre d'accidents de ski par semaine peut être modélisé par une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1$.

1. Calculer la probabilité qu'une semaine donnée, qu'aucun accident ne soit déploré.
2. Calculer la probabilité qu'une semaine donnée, on renregistre au plus trois accident.
3. Sachant qu'une année comporte 52 semaines, déterminer le nombre moyen de semaines sans accident au cours d'une année.